ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «МАТЕМАТИКА»

1. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины:

• Владеть методами количественного анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования (ОК-15)

По итогам изучения курса студенты должны знать:

- основные понятия и инструменты алгебры и геометрии, математического анализа; По итогам изучения курса студенты должны **уметь**:
- применять математические методы для решения типовых профессиональных задач По итогам изучения курса студенты должны иметь навыки:
 - решения типовых организационно-управленческих задач математическими методами

Шкала оценки компетенций

Таблица 1

Код	Уровень владения	Знания	Умения	Навыки	Оценочные
компетенции	компетенцией				средства
OK-15	Высокий	Свободно владеет	Умеет	Уверенно	KP1, KP2,
		основными	применять	владеет	KP3, KP4,
		понятиями и	математически	навыками	KP5, CP,T,
		инструментами	е методы для	решения	ЭПР1,
		алгебры,	решения	типовых	ЭПР2
		геометрии,	типовых	организационно-	
		математического	профессиональ	управленческих	
		анализа	ных задач	задач	
				математическим	
				и методами	
	Средний	Уверенно владеет	Умеет	Частично	
		основными	применять	владеет	
		понятиями и	математически	навыками	
		инструментами	е методы для	решения	
		алгебры,	решения	типовых	
		геометрии,	типовых	организационно-	
		математического	профессиональ	управленческих	
		анализа	ных задач	задач	
				математическим	
				и методами	
	Низкий	Частично владеет	Частично	Частично	
		основными	умеет	владеет	
		понятиями и	применять	навыками	
		инструментами	математически	решения	
		алгебры,	е методы для	типовых	
		геометрии,	решения	организационно-	
		математического	типовых	управленческих	
		анализа	профессиональ	задач	
			ных задач	математическим	
				и методами	

^{*} T – тестовое задание, KP – контрольная работа, CP – самостоятельная работа, ЭПР – экзаменационная письменная работа

2. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости студентов

Образец контрольной работы №1.

- 1.Написать уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых x+2y+3=0 и 2x+3y+4=0, параллельную прямой 5x+8y=0.
- 2. Даны вершины треугольника А (6;2), В (6;3), С (7;1). Составить уравнение высоты треугольника, проведенной из вершины А.
- 3. Вычислить матрицу 3A 2B, если

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 7 & 3 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 4 & 3 & -1 \\ 0 & 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

4. Выполнить действия и найти ранг полученной матрицы:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 7 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

5. Исследовать на совместность и решить систему линейных алгебраических уравнений методом Гаусса:

a)
$$\begin{cases} x_2 + 2x_3 - 1 = 0 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 5 \\ 2x_1 + x_2 - 3 = 0 \\ x_1 = 2 + x_3, \end{cases}$$
 6)
$$\begin{cases} 5x_3 = 4 + 3x_2 - 9x_1 - 6x_4 \\ 3x_3 = 5 - x_4 + 2x_2 - 6x_1 \\ 3x_1 = x_2 - 8 - 3x_3 - 14x_4. \end{cases}$$

Образец контрольной работы №2.

1. Вычислить пределы:

a)
$$\lim_{n \to \infty} \frac{2n^3 - 7n^2 + 3n - 4}{3n^3 - 12n}$$
, fo) $\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{x+9} - 3}{x}$.

2. Найти производные функций:

a)
$$y = \frac{\sin 3x}{x+1}$$
,

$$6) y = x \cdot \log_2^3 (tg \, 3x).$$

- 3. Найти значение производной функции $y = \frac{1}{(x-1)^2} + \sqrt{x+1}$ в точке x = 3.
- 4. Найти точки перегиба, промежутки выпуклости и вогнутости графика функции $f(x) = \frac{2x^2}{1 + x^2}.$
- 5. Исследовать и построить график функции

$$y = x e^{-\frac{x^2}{2}}$$

6 Найти частные производные функции: $u=x^2e^{y/x}$. $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$$

- Найти экстремумы функции: $z = x^2 y^2 3xy + 2x 3y + 4$
- 8 . Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 + y^2 2x + 3y$ в области $x^2 + y^2 \le 13$

Образец контрольной работы №3

1. Найти интегралы и проверить результат дифференцированием:

a)
$$\int \frac{(\sqrt{2x} - \sqrt[3]{3x})^2}{x} dx$$
 b) $\int \cos^2 x dx$ c) $\int x arctgx dx$

b)
$$\int \cos^2 x dx$$

c)
$$\int xarctgxdx$$

2. Вычислить интегралы:

a)
$$\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{2 + \sin x} dx$$
 b)
$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{3}} e^{x} \sin x dx$$

b)
$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{3}} e^x \sin x dx$$

3. При каком значении a площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = \frac{1}{x}$$
, $y = \frac{1}{2x-1}$, $x = 2$, $x = a$, ($a < 2$) равна $\ln \frac{4}{\sqrt{5}}$.

4. Тело движется прямолинейно со скоростью $v(t) = 2t + a(M \setminus c)$. Найти значение a, если известно, что за время от 0 до 2 с тело прошло путь длиной 40 м.

5. Определить среднее значение функции f(x) = x на [0;100]. Указать на чертеже среднее значение функции.

Образец контрольной работы №4

Задание1. Решите предложенную задачу.

В реакции 2-го порядка участвуют реагенты с начальными концентрациями $0.6 \frac{MOJD}{OM}^3$. Через 30 мин расходуется 10% от начального количества. Найти:

- 1) закон по которому изменяется концентрация реагентов;
- 2) время, необходимое для расхода реагентов на 30%;
- 3) концентрацию реагентов через 15 минут.

Задание 2

Определить тип дифференциального уравнения, указать способ его решение и найти общее решение дифференциального уравнения и частное решение, удовлетворяющее начальному условию:

1.
$$y' - y \sin x = e^{-\cos x} \sin 2x$$
; $y(\pi/2) = 3$.

2.
$$y'' \cos^4 x = -\sin 2x$$
; $y(\pi) = 0$;

3.
$$y'' - 2y' + 5y = x^2 + 1$$
; $y(0) = -3$; $y'(0) = -\frac{1}{5}$

Образец контрольной работы №5

- 1. Исследовать сходимость числового ряда $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$, если $u_n = \frac{n+3}{n^2-2}$
- 2. Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$, если $a_n = \frac{\sqrt[3]{(n+1)^n}}{n!}$
- 3. Вычислить определенный интеграл $\int_0^1 e^{-\frac{x^2}{3}} dx$ с точностью до 0,001, разложив подынтегральную функцию в степенной ряд и затем проинтегрировав ее почленно.

ПРОВЕРЯЕМЫЕ КОМПЕТЕНЦИИ: ОК-15

- 1. Банк тестовых заданий в учебном пособии: Тестовые задания по математике [Электронный ресурс]: учебное пособие /под ред. З.А.Филимоновой. Волгоград: ВолГМУ, 2006. Режим доступа: http://matinfo.volgmed.ru
- 2. Банк тестовых заданий и контрольных работ после каждой главы в учебнике: Высшая математика для экономистов: учебник для студентов вузов, обучающихся по

экономическим специальностям / [H.Ш.Кремер и др.]; под ред. проф. Н.Ш.Кремера. — 3-е изд. — М.: ЮНИТА-ДАНА, 2010

3. Дополнительно используются тестовые и контрольные задания:

R П,	ТСп- письменное тестирование	
входного контроля	проверяемые компетенции: ок-15	5
BK)		
	1.Графиком линейной функции является:	
	1)прямая, 2)парабола, 3)гипербола, 4)окружность, 5)эллипс.	[1]
	2.Графиком квадратичной функции является:	
	1)прямая, 2)парабола, 3)гипербола, 4)окружность, 5)эллипс.	[2]
	3). Какая из данных функций является экспоненциальной.	[3]
	1) $y = x^2$; 2) $y = 2^x$; 3) $y = e^x$; 4) $y = \frac{1}{x}$.; 5) $y = \ln x$.	
	4. Число независимых параметров при задании линейной функции <i>y</i> = равно:	= ax + b
	1) 1, 2) 2, 3) 3, 4) 4, 5)0.	[2]
	5. Число независимых параметров при задании квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$ равно:	И
	1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5)0 ;	[3]
	6.График квадратичной функции может пересекаться с прямой	
	1)только в одной точке,	
	2)в трех точках,	
	3)не более чем в двух точках,	
	4)в пяти точках,	
	5)в шести точках.	[3]
	7.График однозначной функции y=f(x)	
	1)пересекается с вертикальной прямой только в одной точке,	
	2)не пересекается ни с одной вертикальной прямой,	
	3)пересекается с вертикальной прямой в трех точках,	
	4) пересекается с вертикальной прямой в четырех точках,	
	5)пересекается с горизонтальной прямой всегда в двух точках.	[1]

8.График функции у=х-1 проходит через точку 1) (1;0); 2) (-1;0); 3) (-3;0); 4) (0;0); 5) (10; 0); [1] 9. График функции $y=x^2-1$ проходит через точку 1) (0;0); 2) (0;5); 3) (0;10); 4) (0;20); 5) (0;-1); [5] 10.Область определения функции $y = \sqrt{x-1}$ 1) $(-5; 0); 2) [-4,0); 3) [1,\infty); 4) (-3; 1); 5) (-5,5);$ [3] 11. Область значений функции $y = \sqrt{x-1}$ 1) (-5; 0); 2) [-4,0); 3) $[10,\infty)$; 4) $[1,\infty)$; 5) (-5,5); [4] 12. Область определения функции $y = x^2$ 1) (-5; 0); 2) $(-\infty, \infty)$; 3) (-1; 4); 4) (-3; 1); 5) (-5, 5); [2] 13. Область значений функции $y = x^2$ 1) (-5; -3) 2) [-2; 3] 3) $[0, \infty)$ 4) (-1; 4) 5) (-5, 5). [3] 14. График функции y = (x-1)(x-4) пересекает ось абсцисс в точках 1) $\{x=1; x=4\}$ 2) $\{x=-1; x=0\}$ 3) $\{x=3; x=7\}$ 4) $\{x=5; x=6\}$ 5) $\{x=6; x=7\}$ [1] 15. График функции $y = x^2 - 4$ пересекает ось абсцисс в точках 1) $\{x=1; x=4\}$ 2) $\{x=-2; x=2\}$ 3) $\{x=4; x=7\}$ 4) $\{x=5; x=6\}$ 5) $\{x=7; x=8\}$ [2] 16. График функции $y = \frac{x+2}{x-1}$ имеет точку разрыва для 1)x=5; 2)x=6; 3)x=7; 4)x=1; 5)x=10; [4] 172. Укажите множество значений функции $y = \log_{\frac{1}{2}} x.1$) $(-\infty; \infty)$; 2) $\left(\frac{1}{2};+\infty\right); 3) \left(-\infty;2\right); 4) \left(0;+\infty\right); 5) (0;4)$ [1] 18. Функция $y = x^2$ возрастает для 1)x<0 2)x>0 3) -10 < x < -3 4) x < -10 5) x < -15 [2] 19. Функция y = 2x + 1 пересекает ось ординат в точке с координатами

1)(0;-1) 2)(0;0) 3) (-1;5) 4) (-1;1) 5) (0;1) [5]

20. График функции $y = x^2 + x + 1$ 1)не пересекается с осью абсцисс, 2)пересекается с осью абсцисс в одной точке, 3) пересекается с осью абсцисс в трех точках, 4) пересекается с осью абсцисс в четырех точках, 5)не пересекается с осью ординат. [1] $21.\Phi$ ункция $y = \sin x$ 1) пересекает ось абсцисс в точках $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$ 2) пересекает ось абсцисс в точках $x = \pi n$ 3) пересекает ось абсцисс в точках x = n4) пересекает ось абсцисс в точках x = 2n5) пересекает ось абсцисс в точках x = 3nгде $n = 0, \pm 1, \pm 2, ...$ [2] 22. Функция $y = \sin x$ 1) является нечетной 2) является четной 3)имеет точки разрыва 4) определена только для положительных значений х 5) определена только для отрицательных значений х [1] $23.\Phi$ ункция $y = \cos x$ 1) является нечетной 2) является четной 3)имеет точки разрыва 4) определена только для положительных значений х 5) определена только для отрицательных значений х [2] 24. Функция $y = \ln x$ 1) является нечетной

- 2) является четной
- 3) определена для всех значений х
- 4) определена только для положительных значений х
- 5) определена только для отрицательных значений х

[4]

- 25. Функция $y = e^x$
- 1) является нечетной
- 2) является четной
- 3) определена для всех значений х и является возрастающей
- 4) определена только для положительных значений х
- 5) определена только для отрицательных значений х

[3]

ИДЗ- Самостоятельное индивидуальное домашнее задание

Раздел: Теория пределов и дифференциальное исчисление функции одной переменной.

ПРОВЕРЯЕМЫЕ КОМПЕТЕНЦИИ: ОК-15

1. Используя логическую символику и определение предела записать следующее утверждение

$$\lim_{x \to 2} \frac{x+1}{x^3} = \frac{3}{8}$$

- 2. В следующих задачах найти пределы не применяя правило Лопиталя :
 - a) $\lim_{x \to 2} \frac{x^2 5x + 6}{x^2 12x + 20}$
- b) $\lim_{x\to\infty} (\sqrt{x^2+6x+3} \sqrt{x^2+3x+3});$
- c) $\lim_{x \to \pi/3} \frac{\sin(x \frac{\pi}{3})}{1 \cos x}$
- c) $\lim_{x\to e} \frac{\ln x-1}{x-e}$;
- 3. Найти односторонние пределы, если они существуют

$$\lim_{x \to 1-0} \frac{x^2 - 1}{|x - 1|}$$

- 4. Определить порядок малости бесконечно-малой функции $\alpha(x) = 1 \cos x$ в окрестности точки $x_o = 0$ по отношению к функции $\beta(x) = x$.
- 5. С помощью эквивалентных бесконечно-малых функций найти предел

	a) $\lim_{x \to 1} \frac{1-x}{lgx}$ b) $\lim_{x \to 0} \frac{\cos x - \cos x}{1 - \cos x}$
	6. Исследовать функцию на непрерывность. При наличии точек разрыва выяснить их характер.
	a) $f(x) = \begin{cases} arctgx, & x \le 1, \\ \frac{x-1}{2}, & x \ge 1 \end{cases}$ b) $f(x) = \frac{\sin x}{x}$
	7. Пользуясь определением найти производную функции $f(x)=x^2-5x$.
	8. Найти производные функций: a) $y = \ln \cos \sqrt{1+x}$; b) $y = t - \operatorname{arctg} t$, $x = \ln(1+t^2)$
	9. Исследовать дифференцируемость функции
Текущий	$y = \begin{cases} 1 - x^2, & x \le 0\\ \cos x, & 0 \le x \le \frac{\pi}{2}\\ \pi/2 - x, & x \ge \frac{\pi}{2} \end{cases}$
контроль	10. С помощью дифференциала вычислить приближенно arctg 1,02.
	11. Написать первые три члена формулы Маклорена для функции y= sin 3x.
	12. Исследовать функцию и построить график : $y = \frac{x^2 - 4}{x + 1}$
Текущий контроль	ТСп — Тестирование письменное, 1-семестр. Раздел 4, «Интегрирование функции одной переменной»
	Тесты первого уровня дисциплина «Математика»,
	Тема : «Неопределенный интеграл»
	ПРОВЕРЯЕМЫЕ КОМПЕТЕНЦИИ: ОК-15

1. Найти интеграл от функции на отрезке это:	
1)найти производную; 2) найти дифференциал;	
3) найти первообразную;	[3]
2. Первообразная для f(x) на отрезке [a,b] это:	
1) любая функция непрерывная на этом отрезке;	
2) некоторая функция дифференцируемая на [a,b];	
3) функция, производная от которой равна f(x)	[3]
3. Первообразные для f(x) на отрезке [a,b]	
1) должны быть равны между собой;	
2) отличаться на постоянный множитель;	
3) отличаться на некоторое постоянное число;	[3]
4. Неопределенный интеграл для f(x) на отрезке [a,b] это	:
1) первообразная;	
2) совокупность первообразных;	[2]
3) некоторое конечное число дифференцируемых функц	ций;
5. Необходимым условием существования неопределенного некотором отрезке является:	интеграла на
1) непрерывность подынтегральной функции;	
2) дифференцируемость подынтегральной функции;	
3)ограниченность подынтегральной функции;	[3]
6. Неопределенный интеграл от дифференциала функции ∫ с	dF(x) равен:
1) самой функции F(x) ;	
2)совокупности F(x);	
3) производной от F(x);	[2]
7. Дифференциал от интеграла $d(\int f(x)dx)$ равен:	

	ПРОВЕРЯЕМЫЕ КОМПЕТЕНЦИИ: ОК-15 Варианты индивидуальных заданий по теме
Текущий контроль (ТК)	ИДЗ. Индивидуальное домашнее задание. Раздел: «Интегрирование функции одной переменной. Неопределенный интеграл»
	11. Если F'(x)=f(x), то 1) f(x) - первообразная для F(x); 2) f(x) - дифференциал функции F(x);; 3) F(x) - производная f(x); 4) F(x) - первообразная f(x); 5) верный ответ отсутствует ; [4]
	10.Укажите правильную первообразную $\int \frac{x}{1+x^2} dx$ 1) $(1+x^2)+c$; 2) $\ln{(1+x^2)}+c$ 3) $\frac{1}{2}\ln{(1+x^2)}+c$; 4) верный ответ отсутствует ; [3] 5) $2\ln(1+x^2)$
	 3) F(x)dx; [2] 8. Производная от неопределенного интеграла (d∫f(x)dx) ′ равна: 1) F(x); 2) f(x); 3) f(x)dx; [2] 9. Таблица неопределенных интегралов получается из таблицы: 1) умножения; 2) производных; 3) с помощью преобразования функций; [2]
	1) $f'(x)$; 2) $f(x)dx$; 3) $F(x)dx$.

«Неопределенный интеграл»

Вариант № 1

Найти неопределенный интеграл:

$$1) \int \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} dx,$$

$$5) \int \frac{dx}{x^5 \sqrt{x^2 + 1}},$$

2)
$$\int (x-2)e^{-\frac{\pi}{3}}dx$$
,

$$6) \int \sin(3x)\cos(5x)$$

$$3) \int \frac{arctg(2x)dx}{\left(1+4x^2\right)},$$

$$7) \int \frac{x dx}{1 - x^4},$$

4)
$$\int (x-1)\ln(x)dx,$$

8)
$$\int \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)^3}},$$

Вариант № 2

Найти неопределенный интеграл:

$$1) \int \frac{dx}{e^x (3x + e^{-x})},$$

$$5) \int \sqrt{6-x^2} dx,$$

$$2) \int x \cos(x) dx,$$

6)
$$\int \frac{dx}{\cos(x)}$$
.

$$3) \int \frac{e^{\frac{1}{x}} dx}{x^2}.$$

7)
$$\int \frac{x^2 + 7}{(x-2)(x^2 + 1)}$$

$$4) \int \frac{(x+2)dx}{\sqrt{(x^2+4x+1)}}$$

$$8) \int \frac{\cos(3x)dx}{\sqrt[6]{(1-\sin(3x))}}$$

Вариант № 3 (18)

Найти неопределенный интеграл

$$1) \int \sin(x) \cos^3(x) dx$$

$$5) \int \frac{x^3 dx}{\sqrt{x^2 + 9}},$$

2)
$$\int (x+3)e^{-2x}dx$$

6)
$$\int (32\cos^2(4x))$$

$$3) \int \frac{4 dx}{x \left(1 + \ln^2(x)\right)},$$

$$7) \int \frac{1+x}{1+x\sqrt{x}} dx,$$

$$4) \int \frac{\sin(2x)dx}{\sqrt[7]{\cos^2(x)}},$$

$$8) \int \frac{dx}{\sqrt[4]{\left(1+x^3\right)^5}}.$$

ТК Тесты первого уровня дисциплина «Математический анализ»,

тема «Функции нескольких переменных»

ПРОВЕРЯЕМЫЕ КОМПЕТЕНЦИИ: ОК-15

1. Чему равно $z_x^{'}$ если функция задана неявно F(x,y,z)=0 ?

1)
$$-\frac{F_z'}{F_z'}$$
; 2) $\frac{F_z'}{F_z'}$; 3) $\frac{F_z'}{F_z'}$ 4) верный ответ отсутствует

2. Укажите
$$\frac{\partial f}{\partial y}$$
 если $f(x,y) = \sqrt[3]{yx^2 + 5x}$

1)
$$x^2(yx^2 + 5x)^{-2/3}$$
; 2) $5x^2(yx^2 + 5x)^{-2/3}$; 3) $\frac{1}{3}x^2(yx^2 + 5x)^{-2/3}$;

(3)

Укажите дифференциал dz функции $z = \frac{5y}{x}$

1)
$$\frac{5y}{x^2}dx + \frac{5y}{x}dy$$
; 2) $-\frac{5y}{x^2}dx + \frac{5}{x}dy$; 3) $-\frac{5y}{x^2}dx + \frac{5y}{x}dy$;

(2)

4. Для функции
$$z=y \ln \frac{x+1}{y}$$
 найти z_x

$1)\frac{x+1}{y}$;	2)- $\frac{1}{y}$;	3) $\frac{x+1}{y}$; ;	4) верный ответ отсутствует	(2)

- 5. Укажите координаты центра сферы $x^2 + y^2 + z^2 2y + 4x + 6z 2 = 0$
 - 1) (2;1;-3); 2) (1;2;3); 3) (-2;1;-3); 4) верный ответ отсутствует (3)
 - 6. Укажите, какие линии образуются при пересечении поверхности $x^2+y^2-z^2=0$ плоскостью y=0 1) окружности; 2) гиперболы; 3) параболы; 4) прямые; (4)
 - 7. Из канонического уравнения определите координаты вектора параллельного данной прямой $\frac{x-2}{3} = \frac{3-y}{-4} = \frac{-z+4}{2}$

8. Из канонического уравнения определите координаты точки , через которую проходит прямая $\frac{x-2}{3} = \frac{3-y}{-4} = \frac{-z+4}{2}$

9. Данная прямая $\frac{x-2}{3} = \frac{3-y}{-4} = \frac{-z+4}{2}$ параллельна прямой:

1)
$$\frac{x-2}{-3} = \frac{3-y}{+4} = \frac{-z+4}{-2}$$
 2) $\frac{x-3}{3} = \frac{4-y}{-4} = \frac{-z+5}{2}$
3) $\frac{x+2}{3} = \frac{3-y}{-4} = \frac{z+4}{2}$

Текущий контроль

ТСп – Тестирование письменное . итоговое , 2-ой семестр.

роль

Вариант 1.

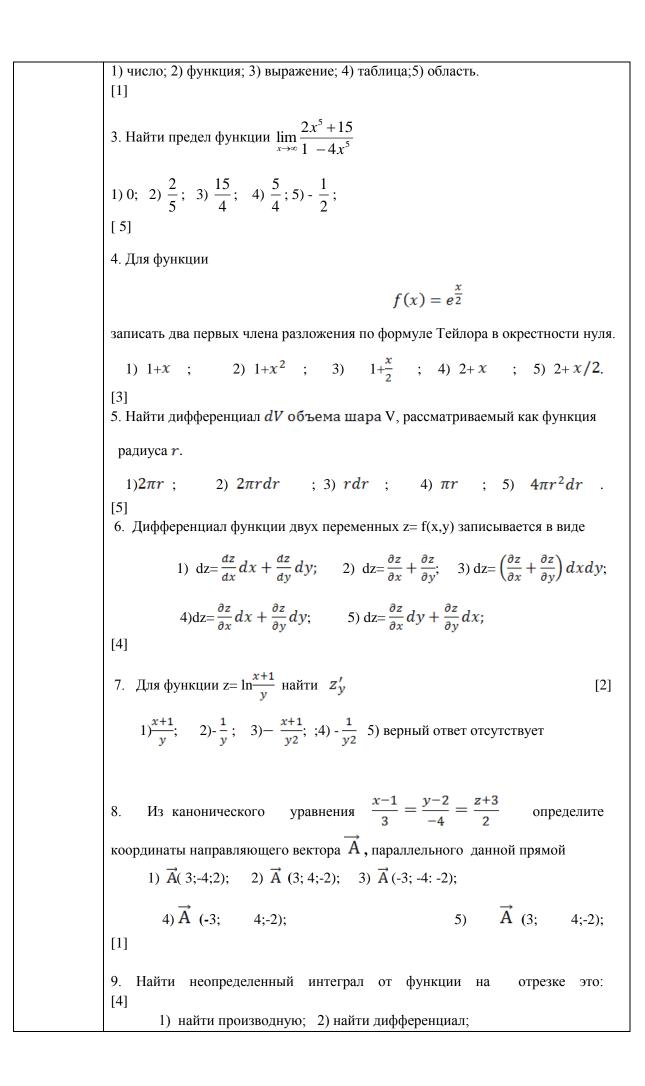
(TK)

ПРОВЕРЯЕМЫЕ КОМПЕТЕНЦИИ: ОК-15

1. Какая из данных функций является экспоненциальной. [3]

1)
$$y = x^2$$
; 2) $y = 2^x$; 3) $y = e^x$; 4) $y = \frac{1}{x}$.; 5) y=lnx.

2. Закончите фразу: «Определитель матрицы – это....»



- 3) найти первообразную; 4) найти совокупность первообразных;
- 5) найти число.
- 10. Какая из формул определяет среднее значение функции f(x) на отрезке [a,b]?

1)
$$\frac{f(b)-f(a)}{2}$$
; 2) $\frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx$; 3) (b-a) $\int_a^b f(x)dx$;

4) f(x)(b-a);

5) верный ответ отсутствует

[2]

Вариант 2.

1. Укажите множество значений функции $y = \log_{\frac{1}{2}} x$.

1)
$$(-\infty,\infty)$$
; 2) $(\frac{1}{2},+\infty)$; 3) $(-\infty,2)$; 4) $(0,+\infty)$; 5) $(0,4)$ -

[1]

- 2. Функция задана в декартовой системе координат равенством $y + x^2 = 1$. Какую линию она определяет?
- 1) параболу; 2) гиперболу; 3) окружность; 4) эллипс,5) прямую [1]
- 3. Какой из нижеперечисленных определителей равен нулю? [1]

1)
$$\begin{vmatrix} 3-11 \\ 20 & 2 \\ 6-22 \end{vmatrix}$$
; 2) $\begin{vmatrix} 100 \\ 010 \\ 001 \end{vmatrix}$; 3) $\begin{vmatrix} 123 \\ 012 \\ 003 \end{vmatrix}$; 4) $\begin{vmatrix} 500 \\ 470 \\ 213 \end{vmatrix}$.5) $\begin{vmatrix} 002 \\ 410 \\ 215 \end{vmatrix}$

- 4. Найти предел функции $\lim_{x\to 2} (x^3 4x)$
- 1) 0; 1) 2; 3)–2; 4)1; 5) -1. [1]
- 5. Вычислить производную функции $y = \cos 2x$ в точке $x_0 = \frac{\pi}{6}$.

1)
$$\frac{4+\sqrt{2}}{2}$$
; 2) $\frac{4-\sqrt{2}}{2}$; 3) 0; $-\frac{3\sqrt{2}}{2}$; 4) $-\sqrt{3}$; 5) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

[4]

6. Для функции

$$f(x) = \sqrt[3]{1+3x}$$

записать два первых члена разложения по формуле Тейлора в окрестности нуля.

1)
$$1+x$$
; 2) $1+x^{\frac{1}{3}}$; 3) $1+\frac{x}{3}$; 4) $3+x$ 5) $3+x/3$.

[3]

- 7. Тело движется вдоль оси x под действием силы F(x). В таком случае F(x)dx есть:
 - 1) дифференциал работы A(x); 2) не является дифференциалом работы;
 - не имеет отношения к понятию работа; 4) производная 3)это выражение работы;
- 5) ΔA . приращение работы
- [1] 8. Укажите $\frac{\partial f}{\partial y}$ если $f(x,y) = \sqrt[3]{yx^2 + 5x}$
 - 1) $x^2(yx^2 + 5x)^{-2/3}$; 2) $5x^2(yx^2 + 5x)^{-2/3}$; 3) $\frac{1}{3}x^2(yx^2 + 5x)^{-2/3}$;
 - 4) $5yx^{-2}(yx^2 + 5x)^{-2/3}$; 5)верный ответ отсутствует
- 9. Укажите, какие линии образуются при пересечении поверхности $x^2+y^2-z^2=1$ плоскостью у=0.

1)окружность; 2) гипербола; 3) парабола; 4) прямая; 5) точка. [2]

- 10. Первообразные для f(x) на отрезке [a,b]
 - [3]
 - 2) должны отличаться на постоянный множитель;
 - 3) должны отличаться на постоянное число;

1) должны быть равны между собой;

- 4) должна быть единственной;
- 5) должны быть в количестве не более двух.

Вариант 3.

1. Укажите множество значений функции $y = 2\cos 3x$.

1)
$$\left[-2,2\right]$$
; 2) $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$; 3) $\left(-\infty;2\right)$; 4) $\left(0;\pi\right)$; 5) (2;3)

- 2. Функция задана в декартовой системе координат равенством $y^2 x^2 = 1$. Какую линию она определяет?
- 1) параболу; 2) гиперболу; 3) окружность; 4) эллипс,5) прямую [2]
- 3. Найти предел функции $\lim_{x\to\infty} \frac{5x^3-5}{3x^3-4x^2}$

1) 0; 2)
$$\frac{3}{5}$$
; 3) $\frac{5}{3}$; 4) $\frac{5}{4}$; 5) 1. [3]

4. Найти производную функции $y = \ln(2-3x^2)$.

1) $\frac{-6x}{2-3x^2}$; 2) $\frac{6x}{2-3x^2}$; 3) $\frac{x}{2-3x^2}$;4) $\frac{-6x}{2+3x^2}$;5) $\frac{-3x}{2-3x^2}$. [11]

5. Формула Ньютона –Лейбница это: [2]

1) $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b)$; 2) $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$

3) $\int_a^b f(x) dx = F(x)(b-a)$; 4) $\int_a^b f(x) dx = f(a) - f(b)$; 5) $\int_a^b f(x) dx = F(x)(b-a)$

6. Укажите правильную первообразную $\int \frac{x}{1+x^2} dx$ [3]

1) $(1+x^2)$; 2) $\ln(1+x^2)$; 3) $\frac{1}{2} \ln(1+x^2)$;4) $\ln(1+x)$;5) верный ответ отсутствует;

7. Дифференциал объема V прямоугольного параллелепипеда, как функции трех переменных (длин ребер х,у, z), находится по формуле 1) dV = xdx+ydy+zdz; 2) dV = 3yzdx+3yzdy+3xydz; 3) dV = dx+dy+dz; 4) dV = yzdx+xzdy+xydz; 5) dV = (yz)²dx+(yz)²dy+(xy)²dz [4]

8. Укажите координаты центра сферы $x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 4x + 6z - 2 = 0$ [3]

1) $(2;1;-3)$; 2) $(1;2;3)$; 3) $(-2;1;-3)$; 4) $(3;2;2)$; 5) верный ответ отсутствует; 9. Определенный интеграл от функции по отрезку представляет собой:

1) некоторую функцию; 2) интервал; 3) число; 4) формулу; 5) математическое выражение. [3]

10. Для функции $z = \ln \frac{x+1}{y}$ найти z'_y [2]

11 $\frac{x+1}{y}$; 2) $\frac{1}{y}$; 3) $-\frac{x+1}{y^2}$; 4) $\frac{1}{y^2}$ 5) верный ответ отсутствует

Рекомендуемый перечень вопросов для самостоятельной подготовки

Рабочей программой дисциплины предусмотрены:

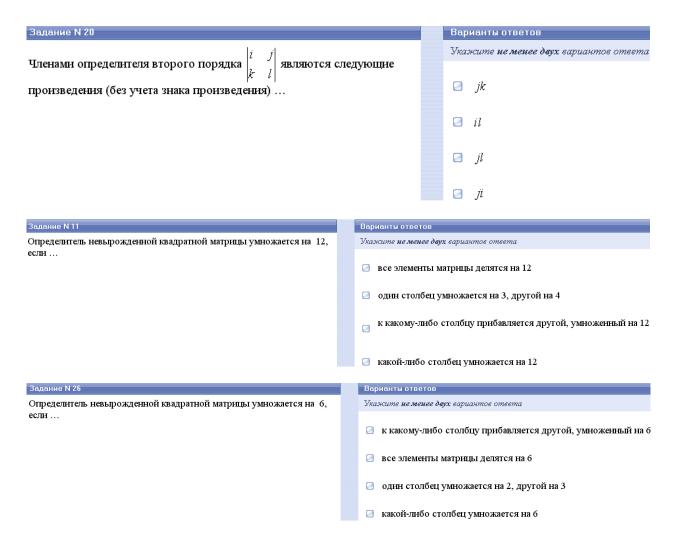
- выполнение интерактивных заданий по одной из тем №№1-5 (в 1 семестре) и №№6-9 (во втором семестре) самостоятельной работы в виде реферативной работы с элементами исследовательской работы;
- подготовка к контрольным работам №1-№5
- подготовка домашних заданий (32 задания)
- подготовка к двум письменным экзаменационным работам
- подготовка к итоговому тестированию

1. Линейная алгебра

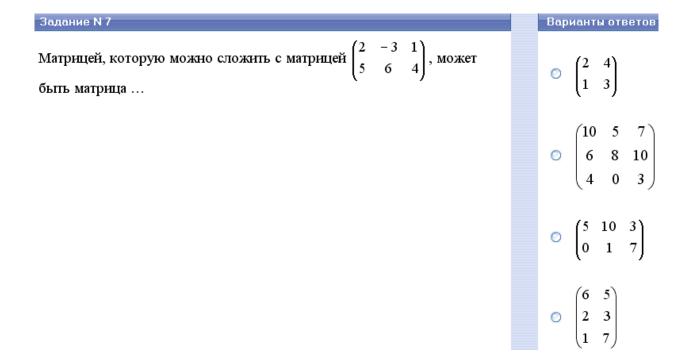
ПРОВЕРЯЕМЫЕ КОМПЕТЕНЦИИ: ОК-15

1. Вычисление определителей

Задание N 16	Варианты ответов
m n	Укажите не менее двух вариантов ответ
Членами определителя второго порядка $\begin{bmatrix} \ddots & \ddots & \ddots \\ 0 & p \end{bmatrix}$ являются следующие произведения (без учета знака произведения)	□ mp
	☐ no
	☐ nm
	np
Задание N 6	Варианты ответов
	Варианты ответов Укажите не менее двух вариантов ответ
la 1	
Членами определителя второго порядка $\begin{vmatrix} e & f \\ g & h \end{vmatrix}$ являются следующие	Укажите не менее двух вариантов отвен
Членами определителя второго порядка $\begin{vmatrix} e & f \\ g & h \end{vmatrix}$ являются следующие	Укажите не менее двух вариантов ответ



2. Линейные операции над матрицами



Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$. Тогда A - B равно ...

Варианты ответов

$$\bigcirc \quad \begin{pmatrix} 0 & -4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\bigcirc \quad \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\bigcirc \quad \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\bigcirc \begin{pmatrix} 0 & -4 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}$$

Задание N 17

Матрицей, которую можно сложить с матрицей $\begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 3 & 2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$, может быть матрица ...

Варианты ответов

$$\begin{array}{ccc}
\begin{pmatrix}
2 & 2 \\
3 & -1 \\
7 & 1
\end{pmatrix}$$

$$\bigcirc \begin{pmatrix}
0 & -2 & 3 \\
1 & 4 & 6 \\
2 & 5 & 7
\end{pmatrix}$$

Задание N 5

Заданы матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$. Тогда решением матричного уравнения A + X = B является ...

$$\bigcirc \quad \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\bigcirc \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\bigcirc \quad \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

3. Умножение матриц

Задание N 10	Варианты ответов
При умножении матрицы A размерности 1×2 на матрицу B , получилась матрица C размерности 1×6 . Тогда матрица B имеет размерность	○ 6×2
	○ 2×6
	⊙ 3×1
	○ 1×3
Задание N 9	Варианты ответов
Задание N 9 При умножении матрицы A размерности 1×3 на матрицу B , получилась матрица C размерности 1×9 . Тогда матрица B имеет размерность	Варианты ответов © 9×3
При умножении матрицы A размерности 1×3 на матрицу B , получилась матрица C размерности 1×9 . Тогда матрица B имеет	
При умножении матрицы A размерности 1×3 на матрицу B , получилась матрица C размерности 1×9 . Тогда матрица B имеет	⊙ 9×3

Задание N 18	Варианты ответов
Дана матрица $A=egin{pmatrix} -3 & 2 \ 1 & -1 \end{pmatrix}$. Тогда элемент b_{12} матрицы $B=A^2$	O 4
равен	O 1
	O 2
	O - 8
Задание N 10	Варианты ответов
Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$. Тогда элемент b_{12} матрицы $B = A^2$ равен	O 5
	O -5
	O -1

Для матриц A и B найдено произведение $A \cdot B$, причем $B = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -1 \\ 2 & 5 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}$

Тогда матрица A должна иметь \dots

Варианты ответов

- 1 столбец
- 3 столбца
- 2 столбца
- 4 столбца

4. Системы линейных уравнений: основные понятия

Задание N 12

Определитель основной матрицы системы

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 = 4 \\ x_2 - x_3 = 2 \\ 2x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 1 \end{cases}$$
 pabeh...

Варианты ответов

- O 3
- 0 4
- -4
- 0

Задание N 10

Определитель основной матрицы системы

$$\begin{cases} x_2 + x_3 = 4 \\ x_1 - 2x_3 = 2 \text{ pabeh...} \\ 3x_1 + x_2 = 3 \end{cases}$$

Варианты ответов

- 0 3
- 0 4
- O -5
- O 0

Задание N 19

Расширенная матрица системы уравнений $\begin{cases} x-2y-z=3\\ 4x+5y+z=6 \end{cases}$ имеет размерность...

- 2×3
- 4×2
- 2×4
- 3×2

Расширенная матрица системы уравнений

$$\begin{cases} x - 2y - z + 4t + 3u - 5v = 3 \\ 4x + 5y + z - 2t - 3u + 6v = 6 \end{cases}$$
 имеет размерность...

Задание N 5

Основная матрица системы линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 = 5 \\ x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$$
 имеет вид...

Варианты ответов

$$\bigcirc \begin{pmatrix}
1 & 2 & 3 & 3 \\
1 & 1 & 0 & 5 \\
0 & 1 & -1 & 0
\end{pmatrix}$$

$$\bigcirc
\begin{pmatrix}
3 & 2 & 1 \\
0 & 1 & 1 \\
1 & 0 & -1
\end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{cccc}
 & 2 & 3 & 3 \\
1 & 1 & 5 \\
1 & -1 & 0
\end{array}$$

$$\bigcirc
\begin{pmatrix}
1 & 2 & 3 \\
1 & 1 & 0 \\
0 & 1 & -1
\end{pmatrix}$$

5. Системы линейных уравнений: методы решения

Задание N 13

Укажите систему линейных уравнений, подготовленную для обратного хода метода Гаусса.

$$\begin{cases} x_2 - 2x_3 = 0 \\ 2x_1 + x_2 = -1 \\ x_1 + 4x_3 = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases}
4x_2 + 7x_3 = 0 \\
2x_2 - 3x_3 = -3
\end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 7 \\ 2x_1 - x_3 = 2 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 3 \end{cases}$$

Укажите систему линейных уравнений, подготовленную для обратного хода метода Гаусса.

Варианты ответов

$$\begin{cases} x_1 - x_2 = 3 \\ x_1 + 2x_2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 6 \\ x_1 + x_3 = 2 \\ x_1 + x_2 - x_3 = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \\ x_2 - 3x_3 = 4 \\ x_1 + x_3 = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 3 \\ -3x_2 + 2x_3 = 6 \\ 3x_3 = 3 \end{cases}$$

Задание N 6

Укажите систему линейных уравнений, подготовленную для обратного хода метода Гаусса.

$$\bigcirc \begin{cases}
7x_1 - 3x_2 = 4 \\
-x_1 + 2x_2 = 1
\end{cases}$$

тогда $x_0 + y_0$ равно...

Если $(x_0;y_0)$ решение системы линейных уравнений $\begin{cases} 3x-2y=-9 \\ 5x-2y=-13 \end{cases}$,

Варианты ответов

Задание N 22

4x + 5y = 6 . Для того, чтобы найти значение Дана система уравнений переменной У при решении этой системы по формулам Крамера,

Варианты ответов

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$$
 H $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$

$$\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 6 & 5 \end{vmatrix}$$
 H $\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 6 \end{vmatrix}$

6. Квадратичные формы

достаточно вычислить только определители...

Задание N 19

Квадратичная форма двух переменных $5x^2 + 8xy + 5y^2$ является...

Варианты ответов

- отрицательно определенной
- неотрицательно определенной
- положительно определенной
- знаконеопределенной

Задание N 11

Квадратичная форма двух переменных $2x^2 - 3y^2$ является...

- знаконеопределенной
- неположительно определенной
- положительно определенной
- отрицательно определенной

Аналитическая геометрия

ПРОВЕРЯЕМЫЕ КОМПЕТЕНЦИИ: ОК-15

7. Основные задачи аналитической геометрии на плоскости

Задание N 28

Даны вершины треугольника ABC : A(-3;1) , B(3;1) , C(0;5) , CD — его медиана. Тогда координаты точки D равны ...

Варианты ответов

- $\bigcirc \left(\frac{3}{2};3\right)$
- 0(1;1)
- (-3;0)
- 0 (0;2)

Задание N 14

Даны вершины треугольника ABC: A(-3;1), B(3;1), C(0;-2), CD- его медиана. Тогда координаты точки D равны ...

Варианты ответов

- $\bigcirc \left(-\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right)$
- 0 (0;2)
- O (3;0)
- 0(1)

Задание N 5

Даны точки A=(-8;5) и B=(-2;-7). Тогда *абсилсса* середины отрезка AB равна ...

- -1
- O 3
- -5
- 0 5

Задание N 7	Варианты ответов
Расстояние между точками $A(5;1)$ и $B(1;4)$ равно	O 5
	O 6
	O 3
	O 4

8. Прямая на плоскости

Задание N 28	Варианты ответов
Произведение угловых коэффициентов прямых $4x - 3y + 9 = 0$, $3x + 4y + 5 = 0$ равно	Введите ответ
Задание N 11	Варианты ответов
Произведение угловых коэффициентов прямых $x-y+9=0$, $3x-y-5=0$ равно	Введите ответ
Задание N 7	Варианты ответов
Произведение угловых коэффициентов прямых $4x - 3y + 19 = 0$, $3x + y + 5 = 0$ равно	Введите ответ
Задание N 17	Варианты ответов
Произведение угловых коэффициентов прямых $10x-y+9=0$, $x+2y+5=0$ равно	Введите ответ
Задание N 3	Варианты ответов
Произведение угловых коэффициентов прямых $4x - 8y + 9 = 0$, $2x + y + 5 = 0$ равно	Введите ответ

9. Полярная система координат

Полярные координаты точки $A(2,-2\sqrt{3})$ имеют вид...

- Варианты ответов
- \bigcirc $\left(4,\frac{\pi}{3}\right)$
- \bigcirc $\left(4,\frac{\pi}{6}\right)$
- \bigcirc $\left(4,\frac{5\pi}{3}\right)$

Задание N 12

Полярные координаты точки A(3,4) имеют вид...

- Варианты ответов
- $\bigcirc \left(5, \operatorname{arctg} \frac{4}{3}\right)$
- $\bigcirc \ \left(25, arctg \, \frac{4}{3}\right)$
- $\bigcirc \left(5, \operatorname{arctg} \frac{3}{4}\right)$

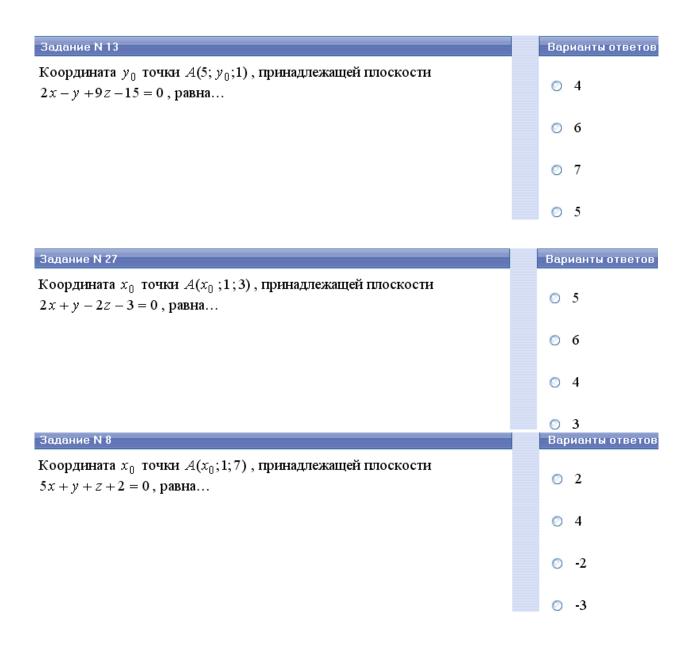
Задание N 6

Полярные координаты точки $A\left(\sqrt{2}\,,\sqrt{2}\,\right)$ имеют вид...

- \bigcirc $\left(2,\frac{\pi}{6}\right)$
- $\bigcirc \left(2,\frac{\pi}{3}\right)$
- $\bigcirc \quad \left(2,\frac{\pi}{4}\right)$
- \bigcirc $\left(4,\frac{\pi}{4}\right)$

Задание N 26	Варианты ответов
На плоскости введена полярная система координат $(\rho; \varphi)$. Уравнение φ = 36 задает на этой плоскости	o луч
	о окружность радиуса 36 с центром в полюсе
	о окружность радиуса 6 с центром в полюсе
	о прямую линию
Задание N 26	Варианты ответов
Задание N 26	Варианты ответов○ окружность радиуса 7 с центром в полюсе
На плоскости введена полярная система координат $(ho; arphi)$. Уравнение	
На плоскости введена полярная система координат $(ho; arphi)$. Уравнение	окружность раднуса 7 с центром в полюсе

10. Прямая и плоскость в пространстве

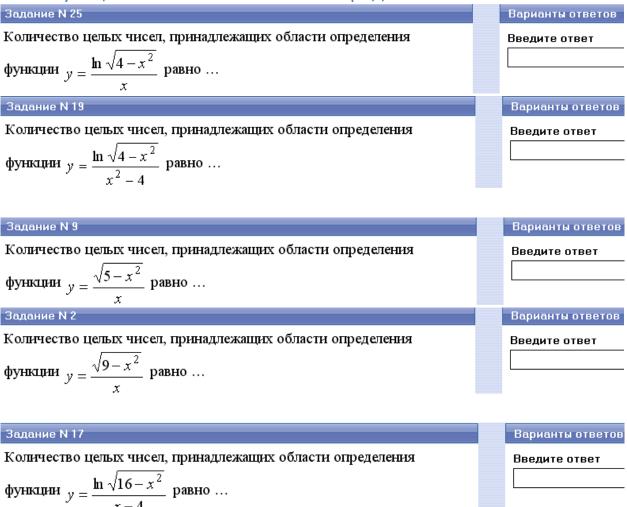


Задание N 4 Координата x_0 точки $A(x_0;1;4)$, принадлежащей плоскости 3x + 2y - z - 4 = 0, равна... 0 1 0 3 0 4 0 2

3. Математический анализ

ПРОВЕРЯЕМЫЕ КОМПЕТЕНЦИИ: ОК-15

11. Функции: основные понятия и определения



12. Предел функции

Если к пределу $\lim_{x\to 0} \frac{\arctan x}{\sin x}$ применить правило Лопиталя, то он примет вид ...

Варианты ответов

$$\bigcirc \quad \lim_{x \to 0} \frac{\arctan x}{\cos x}$$

$$\bigcirc \lim_{x\to 0} \frac{1}{(1+x^2)\cos x}$$

Задание N 10

Значение предела $\lim_{x\to 3} \frac{x+5}{2x-3}$ равно...

Варианты ответов

$$\frac{1}{2}$$

$$0 - \frac{5}{3}$$

$$\frac{8}{3}$$

Задание N 19

Значение предела $\lim_{x\to 3} \frac{2(x^2-9)}{x-3}$ равно ...

Варианты ответов

Задание N 9

Значение предела $\lim_{x\to\infty}\frac{6-x}{2x+4}$ равно...

$$\frac{3}{2}$$

$$\bigcirc$$
 $-\frac{1}{2}$

$$\circ$$
 $-\frac{1}{4}$

Задание N 6	Варианты ответов
Значение предела $\lim_{x\to 3} \frac{x+5}{2x-3}$ равно	\circ $-\frac{5}{3}$
	⊙ ∞
	\circ $\frac{8}{3}$
	○ 1/2
Задание N 21	Варианты ответов
Значение предела $\lim_{x\to 5} \frac{10(x-5)}{x^2-25}$ равно	O 2
	O 1

13. Непрерывность функции. Точки разрыва

Задание N 28	Варианты ответов
Число точек разрыва функции $y = \frac{1}{(x+3)^2}$ равно	O 3
	O 1
	O 4
	O 0
	5
Задание N 9	Варианты ответов
Задание N 9 Число точек разрыва функции $y = \frac{1}{(x+3)^4}$ равно	Варианты ответов
	O 4

Задание N 5		
Число точек разрыва функции	$y = \frac{1}{\left(x - 4\right)^3}$	равно.

Варианты ответов

- 0 4
- 0 1
- **O** 3
- O 0

Задание N 14

Число точек разрыва функции $y = \frac{2}{(x-1)(x+4)}$ равно...

- Варианты ответов
- O
- 0 3
- 0 1
- 0 2

Задание N 4

Число точек разрыва функции $y = \frac{1}{(x+4)(x+5)}$ равно...

- Варианты ответов
- O 1
 - 0
- 0 3
- 0 2

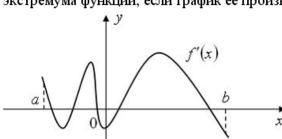
14. Приложения дифференциального исчисления ФОП

Задание N 26

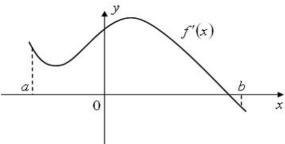
Функция y = f(x) задана на отрезке [a;b]. Укажите количество точек экстремума функции, если график её производной имеет вид ...

Варианты ответов

Введите ответ



Функция y = f(x) задана на отрезке [a;b]. Укажите количество точек экстремума функции, если график её производной имеет вид ...

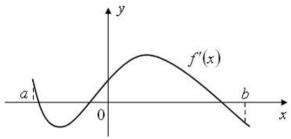


Варианты ответов

Введите ответ

Задание N 24

Функция y = f(x) задана на отрезке [a;b]. Укажите количество точек минимума функции, если график её производной имеет вид ...

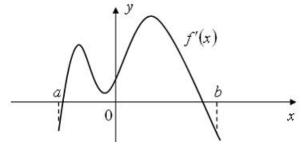


Варианты ответов

Введите ответ

Задание N 15

Функция y = f(x) задана на отрезке [a;b]. Укажите количество точек экстремума функции, если график её производной имеет вид ...

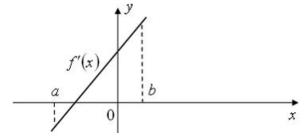


Варианты ответов

Введите ответ

Задание N 1

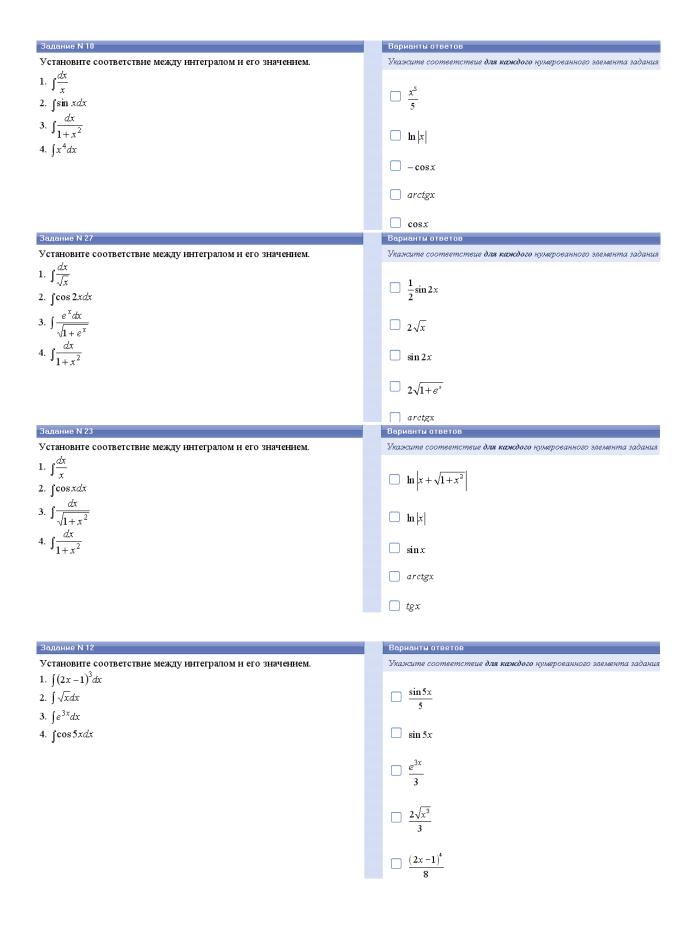
Функция y = f(x) задана на отрезке [a;b]. Укажите количество точек экстремума функции, если график её производной имеет вид ...



Варианты ответов

Введите ответ

15. Основные методы интегрирования



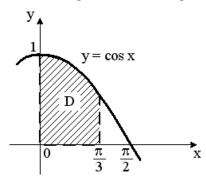
Установите соответствие между интегралом и его значением.

- 1. $\int \frac{dx}{x-4}$ 2. $\int \sin^3 x \cos x dx$
- 3. $\int \frac{dx}{\sqrt{1+x}}$ 4. $\int \frac{e^x dx}{1+e^x}$

Укажите соответствие **для каждого** нумерованного элемента задания

16. Приложения определенного интеграла

Задание N 24 Площадь криволинейной трапеции D

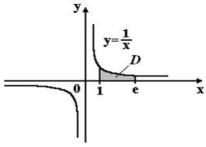


равна...

Варианты ответов

Задание N 7

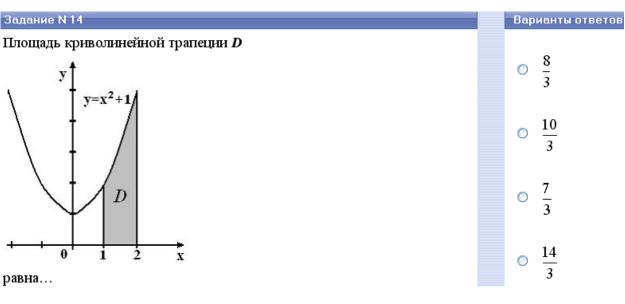
Площадь криволинейной трапеции D

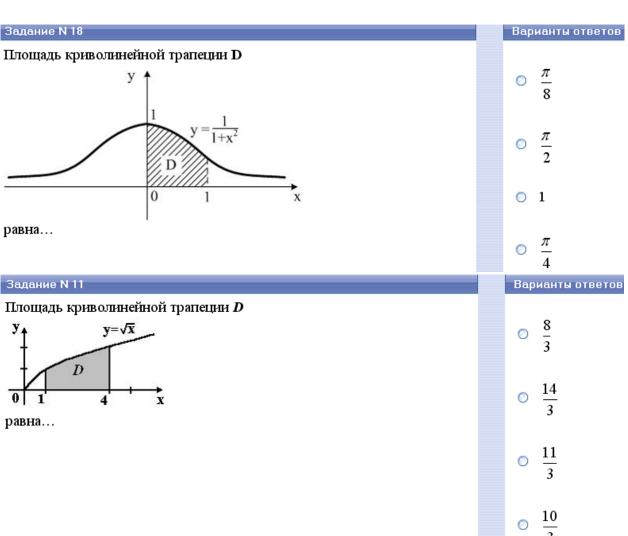


равна...

Варианты ответов

- 2e
- 0 1
- O 2





4. Дифференциальные уравнения

проверяемые компетенции: ок-15

17. Типы дифференциальных уравнений

Задание N 1	Варианты ответов
Расположите дифференциальные уравнения по возрастанию порядка	Укажите порядковый номер для всех вариантов ответов
Задание N 24	Варианты ответов
Расположите дифференциальные уравнения по возрастанию порядка	Укажите порядковый номер для всех вариантов ответов
Задание N 2	Варианты ответов
Расположите дифференциальные уравнения по возрастанию порядка \dots	Укажите порядковый номер для всех вариантов ответов
Задание N 2	Варианты ответов
Расположите дифференциальные уравнения по возрастанию порядка	Укажите порядковый номер для всех вариантов ответов
Задание N 28	Варианты ответов
Расположите дифференциальные уравнения по возрастанию порядка	Укажите порядковый номер д ля всех вариантов ответов

18. Дифференциальные уравнения первого порядка

Задание N 3

Общий интеграл дифференциального уравнения $\frac{dy}{y} = sinxdx$ имеет вид...

$$|\mathbf{n}|y| = -\cos x + C$$

$$\frac{1}{y^2} = \cos x + C$$

Задание N 26

Общий интеграл дифференциального уравнения y' = 2y имеет вид ...

Варианты ответов

$$|\mathbf{ln}|y| = 2x + C$$

$$y = y^2 + C$$

$$y^2 = x$$

$$v = \sqrt{x} + C$$

Задание N 3

Дано дифференциальное уравнение $y' = (k-1)x^2$, тогда функция $y = \frac{x^3}{3}$ является его решением при k равном...

- Варианты ответов
- 0 3
- O 1
- 0
- O 2

Задание N 4

Дано дифференциальное уравнение y' = -3 , тогда функция y = 3cx + 2 является его решением при c равном...

Варианты ответов

Задание N 27	Варианты ответов
адание N 27 (ано дифференциальное уравнение $y'=2$, тогда функция $y=3-cx$ въляется его решением при c равном	O 3
	O 2
	○ -2
	⊘ -3

19. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка

Задание N 2

Установите соответствие между дифференциальным уравнением и его характеристическим уравнением:

1.
$$5y'' + 3y' - y = 0$$

2.
$$3y'' - 2y' = 0$$

3.
$$5y'' - y' = 0$$

Варианты ответов

Укажите соответствие **для каждого** нумерованного элемента задания

$$3\lambda^2 - 2 = 0$$

Установите соответствие между дифференциальным уравнением и его характеристическим уравнением:

1.
$$4y'' - 3y' - 2y = 0$$

2. $4y'' - 3y' = 0$
3. $-3y'' + 4y' = 0$

2.
$$4v'' - 3v' = 0$$

$$3. -3v'' + 4v' = 0$$

Укажите соответствие **для каждого** нумерованного элемента задания

$$4\lambda^2 - 3\lambda - 2 = 0$$

$$-3\lambda^2 + 4 = 0$$

Установите соответствие между дифференциальным уравнением и его характеристическим уравнением:

1.
$$4y'' - 3y' + 5y = 0$$

2. $4y'' + 5y' = 0$

$$2.4v'' + 5v' = 0$$

$$3. -3y'' + 5y' = 0$$

Варианты ответов

Укажите соответствие **для каждого** нумерованного элемента задания

$$-3\lambda^2 + 5\lambda = 0$$

$$4\lambda^2 + 5 = 0$$

$$-3\lambda^2 + 5 = 0$$

Установите соответствие между дифференциальным уравнением и его характеристическим уравнением:

1.
$$3y'' - 2y' + y = 0$$

2.
$$3v'' + 2v' - v = 0$$

1.
$$3y'' - 2y' + y = 0$$

2. $3y'' + 2y' - y = 0$
3. $3y'' - 4y' + 2y = 0$

Варианты ответов

Укажите соответствие для каждого нумерованного элемента задания

$$3\lambda^2 - 4\lambda + 2 = 0$$

$$3\lambda^2 + 4\lambda - 2 = 0$$

$$3\lambda^2 + 1 = 0$$

$$3\lambda^2 - 2\lambda + 1 = 0$$

Установите соответствие между дифференциальным уравнением и его характеристическим уравнением:

1.
$$4y'' + 3y' - 2y = 0$$

2. $4y'' + 3y' = 0$
3. $4y'' + y' = 0$

2.
$$4v'' + 3v' = 0$$

3.
$$4y'' + y' = 0$$

Варианты ответов

Укажите соответствие **для каждого** нумерованного элемента задания

$$4\lambda^2 + 3 = 0$$

$$4\lambda^2 + \lambda = 0$$

20. Линейные дифференциальные уравнения п-го порядка

Задание N 4

Установите соответствие между дифференциальными уравнениями и их характеристическими уравнениями ...

1.
$$y^{IV} - y''' + y'' = 0$$

2.
$$y^{IV} - y''' + y'' + y' = 0$$

3.
$$y^{IV} - y''' + y' + y = 0$$

Варианты ответов

Укажите соответствие **для каждого** нумерованного элемента задания

$$\lambda^4 - \lambda^3 + \lambda + 1 = 0$$

Установите соответствие между дифференциальными уравнениями и их характеристическими уравнениями ...

1.
$$y^{IV} - y''' + 3y'' + y = 0$$

2.
$$y^{IV} + 3y'' + y' + y = 0$$

3.
$$y''' + 3y'' + y' + y = 0$$

Варианты ответов

Укажите соответствие **для каждого** нумерованного элемента задания

$$\lambda^4 - \lambda^3 + 3\lambda + 1 = 0$$

$$\lambda^4 - \lambda^3 + 3\lambda^2 + 1 = 0$$

Запание N 1

Установите соответствие между дифференциальными уравнениями и их характеристическими уравнениями ...

1.
$$y^{IV} - 2y''' + y'' = 0$$

2.
$$y^{IV} - 2y''' + y'' + y' = 0$$

3.
$$y^{IV} - 2y''' + y' + y = 0$$

Варианты ответов

Укажите соответствие **для каждого** нумерованного элемента задания

Задание N 2

Установите соответствие между дифференциальными уравнениями и их характеристическими уравнениями ...

1.
$$y^{IV} - y''' + y'' + y = 0$$

2.
$$y^{IV} + y'' + y' + y = 0$$

3.
$$y''' + y'' + y' + y = 0$$

Варианты ответов

Укажите соответствие для каждого нумерованного элемента задания

Задание N 24

Установите соответствие между дифференциальными уравнениями и их характеристическими уравнениями ...

1.
$$y^{IV} - y''' - y'' + y = 0$$

2.
$$y^{IV} - y'' - y' + y = 0$$

3.
$$y''' - y'' - y' + y = 0$$

Варианты ответов

Укажите соответствие **для каждого** нумерованного элемента задаг

$$\lambda^4 - \lambda^3 - \lambda^2 + 1 = 0$$

Примеры расчетных и тестовых заданий по практическому приложению

Завод производит швейные машины. Каждая машина может находиться в одном из двух состояний: 1) работает хорошо; 2) требует регулировки. В момент изготовления р % машин работают хорошо, (1-p) % требуют регулировки. Статистические исследования показали, что из тех машин, которые сегодня работают хорошо, через месяц 70 % будут работать хорошо, а 30 % потребуют регулировки. Среди тех машин, которые сегодня требуют регулировки, через месяц 60 % будут работать хорошо, 40 % потребуют регулировки. Каковы доли машин, которые будут работать хорошо или потребуют регулировки через месяц после их изготовления?

p = 80 %p = 50 %p = 20 %

Дана матрица прямых затрат $A = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.5 \\ 0.2 & 0.3 \end{pmatrix}$ и вектор валового выпуска $X = \begin{pmatrix} 800 \\ 900 \end{pmatrix}$. Найти компоненты y_1, y_2 вектора

конечного продукта $Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$.

Дана матрица полных затрат $S = \begin{bmatrix} 1,123 & 0,123 \\ 0,125 & 1,125 \end{bmatrix}$ и вектор

конечного продукта $Y = \binom{80}{80}$. Найти компоненты x_1 , x_2 век-

тора валового выпуска $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ z \end{pmatrix}$.

Выяснить, в каком отношении должны быть национальные доходы трех стран для сбалансированной торговли, если задана структурная матрица торговли A:

$$A = \begin{pmatrix} 0.3 & 0.3 & 0.8 \\ 0.6 & 0.1 & 0.1 \\ 0.1 & 0.6 & 0.1 \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.3 & 0.6 \\ 0.4 & 0.3 & 0.1 \\ 0.1 & 0.4 & 0.3 \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 0.7 & 0.3 & 0.4 \\ 0.2 & 0.5 & 0.1 \\ 0.1 & 0.2 & 0.5 \end{pmatrix}$$

Затраты на производство продукции y (тыс. руб.) выражаются уравнением y = 100 + 10x, где x — количество месяцев. Доход от реализации продукции выражается уравнением y = 50 + 15x. Начиная с какого месяца производство будет рентабельным?

Зависимость между издержками производства сигарет y и процентным содержанием вредных веществ в них x выражается функцией $y = \frac{10\ 000}{x} - 100$. Найти средние и предельные издержки производства, если количество вредных веществ составляет 10%.

Спрос q на некоторые товары народного потребления зависит от их стоимости p следующим образом: $q = \frac{6000}{\sqrt{p}} - 40$. Найти, при каком значении p спрос будет нейтральным (с единичной эластичностью).

При производстве первых двадцати единиц продукции издержки имеют вид C(x) = px. Далее при производстве каждой следующей единицы продукции издержки возрастают на 2 усл. ед. Цена единицы продукции равна a усл. ед. Найти оптимальное значение выпуска продукции.

$$p = 5; a = 40$$
 $p = 6; a = 23$ $p = 8; a = 281$

Если изобразить на одном рисунке графики предельных и средних издержек, то:

- 1) они будут пересекаться в точке минимума средних издержек;
- они будут пересекаться в точке минимума предельных издержек;
- они будут пересекаться в точке, в которой предельные издерж-

ки равны нулю;

4) график средних издержек будет в любом случае выше графика

предельных издержек.

Функция издержек имеет вид

$$C(x) = \begin{cases} \frac{x}{5} & \text{при } x \le 20; \\ \frac{x}{5} + \frac{1}{8}(x - 20)^2 & \text{при } x > 20. \end{cases}$$

При какой цене p за единицу товара оптимальное значение выпуска $x_{\text{опт}} = 30$?

Найти время удвоения вклада в банк, если ежегодно вклад увеличивается на:

2.50/		10.0/
3,5 %	5%	10%

Найти объем выпуска продукции за четыре года, если в функции Кобба—Дугласа $A(t)=e^{3t}$, L(t)=(t+1), K(t)=10, $a_0=\alpha=0$ = $\beta=\gamma=1$.

Кривые Лоренца распределения дохода в некоторых странах могут быть заданы уравнениями:

a)
$$y = 0.85x^2 + 0.15x$$
; 6) $y = 2^x - 1$; 8) $y = 0.7x^3 + 0.3x^2$.

Какую часть дохода получают 10 % наиболее низкооплачиваемого населения? Вычислить коэффициенты Джини для этих стран.

Уравнение спроса на некоторый товар имеет вид $p = 134 - x^2$. Найти выигрыш потребителей, если равновесная цена равна 70.

Уравнение спроса на некоторый товар имеет вид $p = \frac{100}{x+15}$. Найти выигрыш потребителей, если равновесное количество товара равно 10.

Найти выигрыш потребителей и поставщиков товара, законы спроса и предложения на который имеют следующий вид:

a)
$$p = 250 - x^2$$
, $p = \frac{1}{3}x + 20$;
b) $p = 240 - x^2$, $p = x^2 + 2x + 20$.

Найти зависимость y = y(t) объема реализованной продукции от времени, предполагая, что цена p на товар задается функцией $p(y) = (7 + 2^{-y})$. y^{-1} , норма инвестиции m = 0.8, коэффициент пропорциональности p = 0.5, значение y(0) = 1.

Функции спроса и предложения на некоторый товар имеют вид:

$$y = 30 - p - 4\frac{dp}{dt},$$
$$x = 20 + p + \frac{dp}{dt}.$$

- а) Найти зависимость равновесной цены от времени.
- б) Является ли равновесная цена устойчивой?

В поселке с населением 3000 человек распространение эпидемии гриппа (без применения экстренных санитарно-профилактических мер) описывается уравнением:

$$\frac{dy}{dt} = 0.001y(3000 - y),$$

где y — число заболевших в момент времени t; t — число недель. Сколько больных будет в поселке через две недели, если в начальный момент было трое больных?

3. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации студентов

Итоговый контроль по дисциплине осуществляется проведением экзамена.

Вопросы к экзамену по дисциплине

No	Вопросы для промежуточной аттестации студента	Проверяемые
		компетенции
1	Матрицы и действия над ними. Определители и их основные свойства. Обратная матрица. Ранг матрицы.	ОК-15
2	Системы линейных уравнений. Метод Крамера. Матричная запись и матричная форма решения систем линейных уравнений. Метод Гаусса.	ОК-15
3	Понятие уравнения линии. Прямая на плоскости. Различные виды уравнения прямой.	ОК-15
4	Общее уравнение кривой второго порядка. Канонические уравнения окружность, эллипса, гиперболы и параболы. Их свойства.	ОК-15
5	Определение предела функции в точке. Вычисление пределов функций. Неопределённости, возникающие при вычислениях пределов и элементарные примеры раскрытия неопределённостей.	ОК-15
6	Определение предела функции в точке. Основные теоремы о пределах. Первый и второй замечательные пределы.	ОК-15
7	Какие задачи приводят к понятию производной? Приведите решение одной из них. Дайте понятия и приведите примеры сложных и неявно заданных функций. Как дифференцировать сложные и неявные функции?	ОК-15
8	Нахождение уравнения касательной к кривой графика функции в некоторой точке.	ОК-15
9	Производные высших порядков. Физическая интерпретация второй производной.	ОК-15
10	Понятие функции нескольких переменных. Область определения функции двух переменных (с примерами). Линии уровня функции двух переменных (с примерами). Кривые безразличия потребления в экономике (с примерами). Кривые безразличия производства (с примерами).	OK-15
11	Частные производные и дифференциалы. Частные производные высших порядков. Полный дифференциал второго порядка функций двух аргументов.	ОК-15
12	Решение задач с использованием частных производных: применение полного дифференциала в приближённых вычислениях.	ОК-15
13	Решение задач с использованием частных производных. Минимум и максимум функции двух переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума функции двух переменных.	ОК-15
14	Понятия первообразной и неопределенного интеграла (с примерами). Свойства неопределенного интеграла.	ОК-15
15	Табличные интегралы. Метод замены переменных для вычисления неопределенного интеграла (с примерами).	ОК-15
16	Метод интегрирования по частям для вычисления неопределенного интеграла (с примерами).	ОК-15

17	Понятие определенного интеграла. Геометрический смысл определенного интеграла (с примерами). Экономический смысл	ОК-15
	определенного интеграла.	
18	Свойства определенного интеграла. Теорема о среднем. Формула Ньютона-Лейбница (с примерами).	ОК-15
19	Вычисление площадей плоских фигур (с примерами).	ОК-15
20	Приложения определенного интеграла в экономической теории: понятие излишка потребителя (с примерами). Приложения определенного интеграла в экономической теории: понятие излишка производителя (с примерами). Приложения определенного интеграла в экономической теории: понятие кривой Лоренца (с примерами).	ОК-15
21	Понятие дифференциального уравнения, общего и частного решения, интегральной кривой	ОК-15
22	Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными (с примерами).	ОК-15
23	Однородные дифференциальные уравнения первого порядка (с примерами).	ОК-15
24	Линейные дифференциальные уравнения первого порядка (с примерами).	ОК-15
25	Неполные дифференциальные уравнения второго порядка вида.	ОК-15
26	Линейные дифференциальные уравнения второго порядка (с примерами).	ОК-15
27	Дифференциальные уравнения в экономике: динамика цен при постоянной инфляции. Дифференциальные уравнения в экономике: динамика цен при переменной инфляции. Дифференциальные уравнения в экономике: динамика цен при постоянной инфляции. Дифференциальные уравнения в экономике: модель динамики дохода.	ОК-15
28	Понятие числового ряда. Сходящиеся и расходящиеся ряды. Свойства сходящихся рядов (с примерами).	ОК-15
29	Необходимый признак сходимости ряда (с примерами).	ОК-15
30	Признак Даламбера сходимости числового ряда (с примерами).	ОК-15
31	Признак Коши сходимости числового ряда (с примерами).	ОК-15
32	Интегральный признак сходимости числового ряда (с примерами).	ОК-15
33	1 и 2 признаки сравнения сходимости числового ряда (с примерами).	ОК-15
34	Признак Лейбница сходимости числового ряда (с примерами).	ОК-15
35	Понятие степенного ряда и области его сходимости (с примерами).	ОК-15
36	Понятие радиуса и интервала сходимости степенного ряда (с примерами).	ОК-15
37	Ряд Тейлора и ряд Маклорена (с примерами).	ОК-15

ПРОВЕРЯЕМЫЕ КОМПЕТЕНЦИИ: ОК-15

Формы промежуточной аттестации: Экзаменационная письменная работа

ОБРАЗЕЦ ТИПОВОГО ЭКЗАМЕНАЦИОННОГО БИЛЕТА ЗА 1 СЕМЕСТР

ИЗ КАЖДОГО РАЗДЕЛА ВЫ ДОЛЖНЫ ВЫПОЛНИТЬ ПО ОДНОМУ ЗАДАНИЮ (не более!), т.е. всего 6 (шесть заданий!).

Раздел 1. Теоретический вопрос (14 баллов)

- 1. Матрицы и действия над ними. Определители и их основные свойства. Обратная матрица. Ранг матрицы.
- 2. Системы линейных уравнений. Метод Кремера. Матричная запись и матричная форма решения систем линейных уравнений. Метод Гаусса.
- 3. Понятие уравнения линии. Прямая на плоскости. Различные виды уравнения прямой.
- 4. Общее уравнение кривой второго порядка. Канонические уравнения окружность, эллипса, гиперболы и параболы. Их свойства.
- 5. Определение предела функции в точке. Вычисление пределов функций. Неопределённости, возникающие при вычислениях пределов и элементарные примеры раскрытия неопределённостей.
- 6. Определение предела функции в точке. Основные теоремы о пределах. Первый и второй замечательные пределы.
- 7. Какие задачи приводят к понятию производной? Приведите решение одной из них. Дайте понятия и приведите примеры сложных и неявно заданных функций. Как дифференцировать сложные и неявные функции?
- 8. Нахождение уравнения касательной к кривой графика функции в некоторой точке.
- 9. Производные высших порядков. Физическая интерпретация второй производной.
- 10. Частные производные и дифференциалы. Частные производные высших порядков. Полный дифференциал второго порядка функций двух аргументов.
- 11. Решение задач с использованием частных производных: применение полного дифференциала в приближённых вычислениях.
- 12. Решение задач с использованием частных производных. Минимум и максимум функции двух переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума функции двух переменных.

Раздел 2. Линейная алгебра

1. Вычислить матрицы АВ и ВА, если они существуют: - 15 баллов

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 8 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

2. Найти значение матричного многочлена A^2 -3A+8E, где E - единичная матрица, A принимает значения: - **16 баллов**

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 3 & 7 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

3. Вычислить определитель двумя способами: используя правило треугольников и разложив его по элементам третье строки -16 баллов

4. Найти матрицу A^{-1} , обратную матрице A и проверить правильность ее вычисления: - **16 баллов**

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ -3 & 2 & 0 \\ -1 & 7 & -2 \end{pmatrix}.$$

5. Дана система линейных уравнений: $\begin{cases} 4x_1+7x_2-3x_3=-10\\ 2x_1+9x_2-x_3=8\\ -x_1+6x_2-3x_3=3 \end{cases}$

- Найти её решение методом Кремера 12 баллов
- Найти её решение методом Гаусса (методом последовательного исключения неизвестных) **16 баллов**
- Записать систему в матричной форме и решить её средствами матричного исчисления **18 баллов**

Раздел 3. Аналитическая геометрия

Дан треугольник M_0 M_1 M_2 с координатами M_0 (3,2) M_1 (- 2,5) M_2 (6,- 2)

Сделать схематический чертеж (рисунок) и найти:

- 1) длину стороны $M_0 M_1$; 10 баллов
- 2) уравнение медианы проведенной из вершины M_0 ; 12 баллов

- 3) уравнение высоты проведенной из вершины M_0 ; 12 баллов
- 4) вычислить длину найденной высоты ; 16 баллов
- 6) уравнение средней линии EF, параллельной основанию $M_1 M_2$; 17 баллов
- 7) угол $\angle M_1 M_0 M_2$ **17 баллов**
- 8) площадь треугольника $M_{\rm 1} M_{\rm 0} M_{\rm 2}$.- 12 баллов

Рздел 4. Элементы теории пределов

Найти указанные пределы, не пользуясь правилом Лопиталя.

1 1)
$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^3+1}{7x^3-4x^2+2x}$$
 2) $\lim_{x\to 1} \frac{3x^2-4x+1}{2x^2+5x-7}$ 3) $\lim_{x\to 5} \frac{\sqrt{4x+5}-\sqrt{30-x}}{5-\sqrt{5x}}$ 15 баллов

2 1)
$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+3x^2}-1}{x^2+x^3}$$
 2) $\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos 6x}{1-\cos 8x}$ 3) $\lim_{x\to \infty} \frac{\ln(1+x)^3}{2x}$ 17 баллов

Раздел 5. Дифференцирование функции одной переменной:

техника дифференцирования и применение производной к решению

Задача 1. Составить уравнение касательной к графику кривой

$$y = 3\sqrt[3]{x^2} + 6x + 3$$
 в точке $x_0 = -1$ 12 баллов

Задача 2.

задач.

Определите вид функции, найдите рациональный метод дифференцирования, укажите правила и формулы, используемые при дифференцировании заданных функций, и найдите производные заданных функций: 18 баллов

1)
$$y = \ln \sqrt[5]{\frac{4x^2 - 4}{3x^3 + 4}}$$
 2) $y = (tg \, 8x)^{\sin x}$ 3) $arctgy - \ln \sqrt{2x + 3} = 0$
4) $z = (8^{\sin x} - \cos^5 4x)^3$

5)
$$y'_x - ?$$
 $x = \sin^3 t$, $y = \cos^3 t$ 6) $x'_y - ?$ $y = x + 7 \ln x$ 7) $y = \sqrt{\frac{(1 - x^2) \cdot e^{3x - 1} \cos x}{(\arccos x)^3}}$

Задача 3.Доказать, что (uvw)' = u'vw + uv'w + uvw' и найти y'(x) для функций: **16 баллов**

1)
$$y = (x^5 - 4) \cdot 5^x \cdot \ln \cos x$$
 2) $y = 5x^2 (\sin 5x) \cdot e^{\frac{2}{x}}$

 $3a\partial a 4.$ В питательную среду вносят 1000 бактерий. Численность бактерий N возрастает согласно уравнению $N = 1000 + \frac{1000t}{100 + t^2}$, где t - время в часах. Определить максимальное количество бактерий. 16 баллов

3адача 5. Пуля, попадая в твёрдое тело, движется в нём по закону $s=\frac{1}{k}\ln(2+kv_0t)$, где

 v_0 - скорость, с которой пуля входит в тело, k>0 постоянная величина. Найти ускорение движения пули.

 $3a\partial a 4a$ 6. Прямоугольник вписан в эллипс с осями 2a и 2b. Каковы должны быть стороны прямоугольника, чтобы его площадь была наибольшей? 16 баллов

Задача 7. Зависимость между спросом q и ценой p за единицу продукции, выпускаемой некоторым предприятием, дается соотношением $q=18-\sqrt{p}$. Найти эластичность спроса по цене. Выяснить, при каких значениях цены спрос является эластичным, нейтральным и неэластичным. Какие рекомендации о цене за единицу продукции можно дать руководителям предприятия при p=100 и p=150 ден. ед.? 12 баллов

Задача 8. Зависимость между издержками производства C и объемом выпускаемой продукции Q на предприятии выражается функцией $C(Q) = 50Q - 0,05Q^3$. Определить предельные издержки при объеме продукции 10 ед. **12 баллов**

<u>Раздел 6. Дифференцирование функции многих переменных: техника нахождения частных производных и применение частных производных к решению задач;</u>

1. Для заданной функции Z = f(x, y) показать, что $F \equiv 0$. **15баллов**

$$z = \sin(x + ay), F = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} - a^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$$

- 2. Найти приближенное значение выражения $\ln \sqrt{5 \cdot 1,02^2 1,85^2}$. **16 баллов**
- 3. Радиус основания цилиндра равен 10.2 ± 0.1 см, высота равна 44.6 ± 0.1 см. Найти объем цилиндра и указать погрешность подсчета. **17 баллов**
 - 4. Исследовать на экстремум функцию $z = xy + 0.5x^2 0.5y^2 + 3x 5y + 0.5$.

5. Вычислить значение градиента функции в точке М

а)
$$z = xye^{1+x+y}$$
, $M(0;-1)$ б) $z = \sin(x+y^2)$, $M\left(\frac{\pi}{2}; \sqrt{\frac{\pi}{2}}\right)$ 18 баллов

6. Функция спроса на товар в зависимости от цены и дохода имеет вид: $Q(P,I) = \frac{2\sqrt{I}}{P^3} \ .$ Найти эластичности спроса по цене и по доходу и дать их экономическую интерпретацию.

12 баллов

- **7.** Дана производственная функция $Q(K,L) = 2K^2L^{1/2}$. Найти предельные продукты труда и капитала при K=2, L=4. Дать экономическую интерпретацию. **12 баллов**
- **8.** Дана функция полезности $U(Q_1,Q_2)=Q_1^{1/4}Q_2^{3/4}$. Найти предельные полезности при $Q_1=81,\,Q_2=16$. Дать экономическую интерпретацию. **12 баллов**

ОБРАЗЕЦ ТИПОВОГО ЭКЗАМЕНАЦИОННОГО БИЛЕТА ЗА 2 СЕМЕСТР

ИЗ КАЖДОГО РАЗДЕЛА ВЫ ДОЛЖНЫ ВЫПОЛНИТЬ ПО ОДНОМУ ЗАДАНИЮ (не более!), т.е. всего 6 (шесть заданий!).

РАЗДЕЛ 1. Теоретический вопрос – 14 баллов

- 1. Понятия первообразной и неопределенного интеграла (с примерами). Свойства неопределенного интеграла.
- 2. Табличные интегралы. Метод замены переменных для вычисления неопределенного интеграла (с примерами).
- 3. Метод интегрирования по частям для вычисления неопределенного интеграла (с примерами).
- 4. Понятие определенного интеграла. Геометрический смысл определенного интеграла (с примерами). Экономический смысл определенного интеграла.
- 5. Свойства определенного интеграла. Теорема о среднем. Формула Ньютона-Лейбница (с примерами).
- 6. Вычисление площадей плоских фигур (с примерами).
- 7. Понятие дифференциального уравнения, общего и частного решения, интегральной кривой
- 8. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными (с примерами).
- 9. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка (с примерами).
- 10. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка (с примерами).

- 11. Неполные дифференциальные уравнения второго порядка разных видов.
- 12. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка (с примерами).
- 13. Понятие числового ряда. Сходящиеся и расходящиеся ряды. Свойства сходящихся рядов (с примерами).
- 14. Необходимый признак сходимости ряда (с примерами).
- 15. Признак Даламбера сходимости числового ряда (с примерами).
- 16. Признак Коши сходимости числового ряда (с примерами).
- 17. Интегральный признак сходимости числового ряда (с примерами).
- 18. Признак сравнения сходимости числового ряда (с примерами).
- 19. Признак Лейбница сходимости числового ряда (с примерами).
- 20. Понятие степенного ряда и области его сходимости (с примерами).
- 21. Понятие радиуса и интервала сходимости степенного ряда (с примерами).
- 22. Практические приложения рядов (с примерами).

РАЗДЕЛ 2. Интегрирование

1. Найти неопределенные интегралы. Правильность полученных результатов проверить дифференцированием – 12 **баллов**.

a)
$$\int \cos^2 x dx$$
 6) $\int \frac{x dx}{7 + x^2}$

2.Вычислить определенный интеграл – 14 баллов.

$$\int_{-1}^{1} \left(e^x - e^{-x}\right) dx \qquad \qquad \int_{1}^{2} x e^{x^2} dx$$

3. Сделать чертеж области, ограниченной заданными линиями, и вычислить площадь этой области- **15 баллов.**

$$y = x^2 + 1, y = 2, y = 5$$

4. При каком значении "а" площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = \frac{1}{x}, y = \frac{1}{2x - 1}, x = 2, x = a \quad (a > 2)$$
, равна $\ln \frac{4}{\sqrt{5}}$?

РАЗДЕЛ 3. Дифференциальные уравнения первого порядка

<u>Задание 1</u>Определить тип дифференциального уравнения, указать способ его решения и найти общее решение дифференциального уравнения и частное решение, удовлетворяющее начальному условию: (16 баллов)

a)
$$\frac{2xdy}{y} - 6dx = 0$$
; $y = 3$, если $x = 1$;
б) $(2x^2 + xy)y' - xy = y^2$

<u>Задание 2</u>Определить тип дифференциального уравнения, указать способ его решения и найти общее решение дифференциального уравнения и частное решение, удовлетворяющее начальному условию: (17 баллов)

a)
$$(x^2 + 1)y' + 4xy = 1, y(3) = 1$$

6)
$$(15x^2y - \frac{2}{x} + e^x)dx + (5x^3 - \frac{3}{y})dy = 0$$

<u>Задание</u> <u>3</u>Определить тип дифференциального уравнения, указать способ его решения и найти общее решение дифференциального уравнения и частное решение, удовлетворяющее начальному условию: (18 баллов)

1)
$$y' + \frac{2y}{x} = -x^2$$
; $y(3) = 1$.

2)
$$y' - y \sin x = e^{-\cos x} \sin 2x$$
; $y(\frac{\pi}{2}) = 3$.

Задание 4 Решить задачу:

Скорость уменьшения числа нераспавшихся ядер пропорциональна имеющемуся в наличие количеству ядер. Известно, что за 1 сутки количество ядер уменьшилось с $3 \cdot 10^{10}$ до 10^8 . Найти:

- 1) закон изменения числа нераспавшихся ядер;
- 2) период полураспада (т.е. время, за которое распадётся половина всех имеющихся в наличии ядер);
- 3) сколько ядер распадётся за 2-ое суток? (18 баллов)

РАЗДЕЛ 4. Дифференциальные уравнения второго порядка

<u>Задание 1</u> Определить тип дифференциального уравнения, указать способ его решения и найти общее решение дифференциального уравнения и частное решение, удовлетворяющее начальным условиям: (14 баллов)

a)
$$y'' + 34y' + 289y = 0$$
, $y(0) = 1$, $y'(0) = -1$; $y'' = 3x^2 + \sin 3x$

<u>Задание 2</u> Определить тип дифференциального уравнения, указать способ его решения и найти общее решение дифференциального уравнения и частное решение, удовлетворяющее начальным условиям: (16 баллов)

<u>Задание 3</u> Определить тип дифференциального уравнения, указать способ его решения и найти общее решение дифференциального уравнения и частное решение, удовлетворяющее начальным условиям: (18 баллов)

РАЗДЕЛ 5. Числовые и степенные ряды

<u>Задание 1</u> Исследовать сходимость числового ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(2n)!}$ (<u>16 баллов)</u>

<u>Задание 2</u> Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n \cdot n!}{(n+1)^n} x^n$ <u>подсказка:</u> при выяснении поведения на границах полученного Вами в ходе решения интервала сходимости будет полезна формула: $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{n!} = 1$ (18 баллов)

<u>Задание 3</u> Вычислить определенный интеграл $\int_{0}^{1} e^{-\frac{x^2}{3}} dx$ с точностью до 0,001, разложив подынтегральную функцию в степенной ряд и затем проинтегрировав ее почленно. <u>(18 баллов)</u>

РАЗДЕЛ 6. Экономические приложения математики-14 баллов

Приложения определенного интеграла в экономической теории: понятие излишка потребителя (с примерами).

- Приложения определенного интеграла в экономической теории: понятие излишка производителя (с примерами).
- Приложения определенного интеграла в экономической теории: понятие кривой Лоренца (с примерами).
- Дифференциальные уравнения в экономике: динамика цен при постоянной инфляции.
- Дифференциальные уравнения в экономике: динамика цен при переменной инфляции.
- Дифференциальные уравнения в экономике: динамика цен при постоянной инфляции.
- Дифференциальные уравнения в экономике: модель динамики дохода. (с примерами).

Оценочные средства для промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

В конце семестра все полученные баллы суммируются, и выводится рейтинг студента. Дисциплина заканчивается экзаменами в 1 и во 2 семестрах.

Помимо среднего балла учитываются показатели, дающие штрафы и бонусы. Баллы, которые получает студент по дисциплине в семестре, вычисляются по формуле:

Рдс = балл за текущую работу в семестре + бонусы – штрафы - где: Рдс – баллы за работу в семестре;

Т.к. дисциплина заканчивается экзаменом в семестре итоговая оценка, которую преподаватель ставит в зачетную книжку, рассчитывается по формуле и переводится в 5-балльную «отлично» - 91-100 баллов; «хорошо» - 76-90 баллов; «удовлетворительно» - 61-75 баллов

Рд = (Рдс+балл за ответ на экзамене)/2

Ответ на экзамене оценивается в соответствии с «Критериями оценки ответа студента при 100-балльной системе». Если студент получает на экзамене неудовлетворительную оценку, то рейтинг по дисциплине в семестре равен $P_{\pi} = P_{\pi}$.

Баллы при повторной сдаче экзамена – от 61 до 75 независимо от оценки.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

«ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТИ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА»

1. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины:

- Владеть методами количественного анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования (ОК-15).
- Понимание роли и значения информации и информационных технологий в развитии современного общества и экономических знаний (ОК-16).
- Владеть основными методами, способами и средствами получения, хранения, переработки информации, навыками работы с компьютером как средством управления информацией (ОК-17)

По итогам изучения курса студенты должны знать:

• основные понятия и инструменты теории вероятностей, математической статистики

По итогам изучения курса студенты должны уметь:

- применять математические методы для решения типовых профессиональных задач;
- обрабатывать эмпирические и экспериментальные данные

По итогам изучения курса студенты должны иметь навыки:

• решения типовых организационно-управленческих задач математическими, статистическими и количественными методами

Таблица 1

Шкала оценки компетенций

Код	Уровень владения	Знания	Умения	Навыки	Оценочные
компетенции	компетенцией				средства
OK-15	Высокий	Свободно владеет	Умеет	Уверенно	CP1-7, KP1,
		основными	применять	владеет	KP2, T,
		понятиями и	методы	навыками	ЭПР
		инструментами	количественно	количественного	
		теории	го анализа и	анализа,	
		вероятностей и	моделирования	моделирования,	
		математической		имеет навыки	
		статистики		теоретического и	
				экспериментальн	
				ого	
				исследования	
	Средний	Уверенно владеет	Умеет	Владеет	CP1-7, KP1,
		основными	применять	навыками	KP2, T,
		понятиями и	методы	количественного	ЭПР
		инструментами	количественно	анализа,	
		теории	го анализа и	моделирования;	
		вероятностей и	моделирования	частично владеет	
		математической		навыками	
		статистики		теоретического и	
				экспериментальн	
				ОГО	
				исследования	
	Низкий	Частично владеет	Частично	Частично	CP1-7, KP1,
		основными	умеет	владеет	KP2, T,
		и имкиткноп	применять	навыками	ЭПР
		инструментами	методы	количественного	
		теории	количественно	анализа,	

		вероятностей и	го анализа и	моделирования,	
		математической	моделирования	теоретического и	
		статистики		экспериментальн	
				ого исследования	
ОК-16	Высокий	Свободно владеет	Свободно	Свободно	CP1-7, KP1,
		информацией об	умеет	владеет	KP2, T,
		информационных	применять	навыками	
		технологиях для количественной	информационн ые технологии	количественной обработки и	
		обработки и	для	анализа	
		анализа	количественно	полученных	
		полученных	й обработки и	данных с	
		данных	анализа	помощью	
			полученных	современных	
			данных	информационны х технологий	
	Средний	Уверенно владеет	Уверенно	Уверенно	CP1-7, KP1,
	-	информацией об	умеет	владеет	KP2, T,
		информационных	применять	навыками	ЭПР
		технологиях для количественной	информационн ые технологии	количественной	
		обработки и	для	обработки и анализа	
		анализа	количественно	полученных	
		полученных	й обработки и	данных с	
		данных	анализа	помощью	
			полученных	современных	
			данных	информационны х технологий	
	Низкий	Частично владеет	Частично	Частично	CP1-7, KP1,
		информацией об	умеет	владеет	KP2, T,
		информационных	применять	навыками	
		технологиях для	информационн	количественной	
		количественной обработки и	ые технологии	обработки и анализа	
		анализа	для количественно	полученных	
		полученных	й обработки и	данных с	
		данных	анализа	помощью	
			полученных	современных	
			данных	информационны х технологий	
ОК-17	Высокий	Свободно владеет	Свободно	Свободно	CP1-7, KP1,
		информацией об	умеет работать	владеет	KP2, T,
		основных	с компьютером	навыками	ЭПР
		методах, способах	как средством	работы с	
		и средствах	управления информацией	компьютером как средством	
		получения, хранения,	для решения	управления	
		переработки	типовых	информацией	
		информации,	профессиональ	для решения	
		навыками работы	ных задач	типовых	
		с компьютером	математически	организационно-	
		как средством управления	ми, методами	управленческих задач	
		информацией		статистическими	
		- 1		и методами	
	Средний	Уверенно владеет	Уверенно	Уверенно	CP1-7, KP1,
		информацией об	умеет работать	владеет	KP2, T,
		основных методах, способах	с компьютером как средством	навыками работы с	
		и средствах	управления	компьютером	
		получения,	информацией	как средством	
1	Ī	хранения,	для решения	управления	

	переработки	типовых	информацией	
	информации,	профессиональ	для решения	
	навыками работы	ных задач	типовых	
	с компьютером	математически	организационно-	
	как средством	ми, методами	управленческих	
	управления	, , , ,	задач	
	информацией		статистическими	
	1 1 ,		и методами	
Низкий	Частично владеет	Частично	Частично	CP1-7, KP1,
	информацией об	умеет работать	владеет	KP2, T,
	основных	с компьютером	навыками	, ,
	методах, способах	как средством	работы с	
	и средствах	управления	компьютером	
	получения,	информацией	как средством	
	хранения,	для решения	управления	
	переработки	типовых	информацией	
	информации,	профессиональ	для решения	
	навыками работы	ных задач	типовых	
	с компьютером	математически	организационно-	
	как средством	ми, методами	управленческих	
	управления		задач	
	информацией		статистическими	
	- *		и методами	

^{*} T – тестовое задание, KP – контрольная работа, CP – самостоятельная работа, ЭПР – экзаменационная письменная работа

2. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости студентов

Проверяемые компетенции: ОК-15, ОК-16, ОК-17

Самостоятельная работа №1

- 1) Какова вероятность того, что при бросании однородного игрального кубика на видимых боковых гранях будут цифры 1,2,4,5,6? Принципиальным ли является однородность кубика?
- 2) Первая группа больных в количестве 100 человек применяла при лечении лекарственный препарат М. Побочное действие препарата М выявлено у 30 человек первой группы. Вторая группа больных в количестве 100 человек применяла препарат К. У скольких человек во второй группе было выявлено побочное действие препарата К, если относительная частота появления побочного действия препарата в 1-ой группе на 0,15 больше, чем во второй?
- 3) На однородном шаре отмечают фломастером точку. Какова вероятность того, что, прокатившись по поверхности стола, шар остановится, касаясь поверхности стола именно этой отмеченной точкой?
- 4) В группе 12 студентов, среди которых 8 отличников. По списку наудачу отобраны 9 студентов. Найти вероятность того, что среди отобранных студентов 5-ть отличников.
- 5) Из колоды карт (36 шт.) вынимают наугад 3 карты. Найти вероятность того, что этими картами будут тройка, дама и король.

Самостоятельная работа №2

1) Найдите вероятность того, что в семье из двух детей оба ребенка: а) мальчики; б) девочки; в) один ребенок – мальчик , другой – девочка. Считать, что вероятность

рождения мальчика равна 0,515 и пол каждого последующего ребенка не зависит от предыдущего.

- 2) На книжной полке стоят 8 книг, причём 4 книги по 10 руб, и одна книга по 30 руб. Найти вероятность того, что взятые наудачу две книги стоят 50 рублей (задачу решить двумя способами: а)используя формулы комбинаторики; б) теоремы сложения/умножения вероятностей).
- 3)Три врача независимо друг от друга осмотрели одного и того же больного. Вероятность того, что первый врач допустит ошибку при установлении диагноза, равна 0,01. Для второго и третьего врачей эта вероятность соответственно 0,015 и 0,02. Найти вероятность того, что при осмотре больного хотя бы один из врачей допустит ошибку в диагнозе.
- 4) Завод выпускает для магнитофонов 3 типа предохранителей. Доля каждого из них в общем объёме составляет 40%, 50%, 10% соответственно. При перегрузке сети предохранители срабатывают соответственно с вероятностью 0,85; 0,9 и 0,95. определить вероятность того, что: а) выбранный наудачу предохранитель не сработает; б)предохранитель, который не сработал, принадлежит к первому типу.
- 5) Вероятность обращения пациента к врачу Сидорову И.П. составляет 0,4. Найти вероятность следующих событий:
 - а) из 10 пациентов 8 обратится к Сидорову И.П.;
- б) из 100 пациентов к Сидорову И.П. обратится не менее 50 и не более 80 человек;
 - в) из 100 пациентов к Сидорову И.П. обратится не более 50 человек;
 - г) из 100 пациентов к Сидорову И.П. обратится не менее 80 человек;

Найдите также наиболее вероятное число обращений к данному врачу у 100 пациентов.

6) Среднее число вызовов машин скорой помощи, поступающих на диспетчерский пункт за одну минуту, равно 3. Найти вероятность того, что за 2 минуты поступит: а) четыре вызова (omsem: $\approx 0,1339$); б) менее четырёх вызовов (omsem: $\approx 0,1512$); в) не менее четырёх вызовов (подумайте над возможностью разных способов решения; omsem: $\approx 0,8488$).

Самостоятельная работа №3

1) Задан закон распределения случайной величины X:

X_i	2	4	6	7
p_{i}	0,1	?	0,2	0,4

Найти: a) неизвестную вероятность; б) математическое ожидание M(X);

- в) дисперсию D(X); г) среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$;
- д) составить функцию распределения случайной величины F(X);
- е) построить график функции распределения случайной величины F(X);
- ж) пользуясь составленной функцией распределения, вычислить вероятности попадания случайной величины X в интервал $x_1 < X < x_4$;
- 3) составить закон распределения случайной величины Y = 10 2X;
- и) вычислить математическое ожидание и дисперсию составленной случайной величины Y двумя способами: пользуясь свойствами математического ожидания и дисперсии, а так же непосредственно по закону распределения случайной величины Y=10-2X.
- 2) Вероятность того, что эксперимент удастся, равна 0,8. Составить закон распределения случайной величины числа удачно закончившихся экспериментов, при общем их количестве равном 3. Найти математическое ожидание (двумя способами), дисперсию

- (двумя способами), среднее квадратическое отклонение, составить функцию распределения случайной величины и построить её график.
- 3) Найти закон распределения дискретной случайной величины X, которая может принимать только два значения: x_1 с известной вероятностью $p_1 = 0,1$ и x_2 , причём $x_1 < x_2$. Известно так же, что M(X) = 1.9 и D(X) = 0.09.

Самостоятельная работа №4

- 1) При штамповке пластинок из пластмассы брак составляет 3%. Найти вероятность того, что при проверке партии из 1000 пластинок выявится отклонение от установленного процента брака меньше, чем на 1%.
- 2) Случайная величина задана таблицей

X	1	2	3	5	7	8
P	0,1	0,3	0,2	0,1	0,2	0,1

Пользуясь неравенством Чебышева, оцените вероятность того, что случайная величина Х примет значение не больше 7

3) Сколько стоит провести независимых испытаний, чтобы вероятность выполнения $\left| \frac{m}{n} - p \right| \le 0.06$ превысила 0,78, если вероятность появления данного события в отдельном испытании 0,7?

Самостоятельная работа №5

2	1
3 α παιτα	
Ј адача	Ι.
	_

Таблица l					
У -1 0					
0,1	0,2	0			
0.2	0.2	0.0			
0,2	0,3	0,2			
	-1	-1 0 0,1 0,2			

	Таблица 2										
	-1	0	1								
y X											
0	0,1	0,2	0,1								
1	0,2	0,3	0,2								

Какая из приведённых выше таблиц является законом распределения системы (X;Y)? Для выбранного Вами закона распределения системы (X;Y) найдите: а) законы распределения случайных величин X и Y в отдельности; б) законы распределения Xпри условии, что V = 1; в) вероятность события $(X = 1; V \ge 0)$; г) выясните, зависимы ли случайные величины X и Y.

Задача 2. На двух автоматических станках производятся одинаковые изделия. Известны законы распределения числа бракованных изделий, производимых в течение смены на каждом из станков:

	а) д	ля пеј	рвого	станк
X	0	1	2	3
p(X)	0,1	0,6	0,2	0,1

(о) для второго станка:								
	V	0	1	2					
	p(Y)	0,5	0,3	0,2					

Составить закон распределения числа бракованных изделий, производимых в течение смены двумя станками вместе. На этом примере проверить выполнение свойства M(X+Y) = M(X) + M(Y) и свойства дисперсий: математических ожиданий:

$$D(X+Y) = D(X) + D(Y)$$

Образец контрольной работы №1

- 1. В специализированную больницу поступают в среднем 50% больных с заболеванием K, 30% с заболеванием N, 29% с заболеванием M. Вероятность полного излечения от болезни K равна 0,7, для болезней N и M эта вероятность соответственно равна 0,8 и 0,9. Определить: а) вероятность выздоровления больного; б) вероятность того, что выздоровевший больной страдал заболеванием K
- 2. Производятся два выстрела с вероятностями попадания в цель, равными $p_1 = 0,4$, $p_2 = 0,3$. Найдите математическое ожидание общего числа попаданий.
- 3. Случайная величина X задана интегральной функцией распределения F(X). Требуется убедиться, что заданная функция F(X) является функцией распределения некоторой случайной величины, проверив свойства F(X). В случае положительного ответа найдите: а) дифференциальную функцию f(x); в) математическое ожидание случайной величины X; с) дисперсию случайной величины X (двумя способами) и среднее квадратическое отклонение; d) построить графики интегральной F(X) и дифференциальной f(x) функций; e) определить вероятность попадания величины X в интервал (α ; β) двумя способами (используя интегральную и дифференциальную функции), а затем проиллюстрировать этот результат на графиках F(X) и f(x).

$$F(X) = \begin{cases} 0, x \le 0 \\ 1 - \cos x, 0 < x \le \frac{\pi}{2} \\ 1, x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$
 $\alpha = 0; \beta = \frac{\pi}{4}$

4. Задана функция распределения системы случайных величин

$$F(x,y) = \begin{cases} 1 - e^{-x} - e^{-y} + e^{-x-y}, & ecnu \ x \ge 0 \ u \ y \ge 0; \\ 0, & ecnu \ y < 0 \ unu \ x < 0. \end{cases}$$

Найдите плотность вероятности f(x,y) и вероятность попадания случайной точки (x,y) в прямоугольник $(0 \le x \le 1,\ 0 \le y \le 1)$. Вычисление вероятности проделайте двумя способами: с помощью F(x,y) и с помощью f(x,y).

5. Закон распределения системы (x, y) задан таблицей

y x	-1	0	1
0	0.05	0.2	0
0.5	0.2	0.3	0.25

Найдите: а) законы распределения случайных величин x и y в отдельности; б)M(x) и M(y); в)D(x) и D(y); г) r(x, y).

- 6. Случайная величина подчинена нормальному закону распределения с математическим ожиданием -20 и среднеквадратическим отклонением 6. Найти вероятность того, что значение случайной величины заключено в интервале от -25 до -19.
- 7. Случайная величина X имеет дисперсию D(X)=0,001. Какова вероятность того, что случайная величинаX отличается от M(X)=а более чем на 0,1?

Самостоятельная работа №6

Из партии таблеток случайным образом отобраны 15 штук, массы которых составляют 26, 27, 30, 24, 26, 28, 29, 25, 26, 27, 22, 24, 26, 23, 21.

- 1. Представить данные в виде дискретного статистического ряда распределения.
- 2. Построить полигон частот.
- 3. Дать точечную оценку средней массы таблеток (значение выборочной средней округлить до целого числа; дисперсии округлить до сотых; среднее квадратичное отклонение до десятых)
- 4. Дать интервальную оценку с доверительной вероятностью 0,99 средней массы таблеток.

Самостоятельная работа №7

1. Даны результаты 10 независимых измерений над системой случайных величин (X,Y):

X	20	27	30	41	45	51	51	55	61
Y	45	43	40	36	38	34	31	28	25

Найти выборочный коэффициент корреляции и, предполагая, что данная зависимость между X и Y близка к линейной, найти уравнение регрессии Y на X и X на Y.

Проверьте достоверность найденного значения выборочного коэффициента корреляции при α =0.05. Нанести на графике экспериментальные данные (x_i , y_i) и постройте линии регрессии.

2. Методом ДА оценить влияния различных способов внесения в почву органических удобрений (фактор A) на урожай зеленой массы кукурузы при уровне значимости $\alpha \le 0.05$. Найдите силу влияния воздействующего фактора на признак.

	Уровень фактора <i>А</i>				
Номер испытания	A_1	A_2	A_3		
	21	28	31		
Урожайность	24	23	28		
$X, \frac{u}{2a}$	24	30	29		
,/ <i>ea</i>	21	28	27		
	24		29		
			30		

1. Первичная статистическая обработка результатов

Задача 1. Рост мальчиков в возрасте 2 лет: 90, 92, 95, 91, 93, 96, 94, 93, 89, 97 (см). Найти точечные параметры выборки и доверительный интервал для генеральной средней с доверительной вероятностью 0.97. **(9)**

Задача 2. Частота пульса по данным медицинского осмотра 17 девочек-первоклассниц: 76 76 70 66 68 70 72 74 76 78 70 82 68 74 70 70 70. Найти точечные оценки выборки и оценить истинное значение с вероятностью 0.95. (9)

Задача 3. Рассчитать и построить гистограмму относительных частот по сгруппированным данным случайной величины X: (6)

	Границы	Число попаданий
1	2 - 4	5
2	4 - 6	8
3	6 - 8	16
4	8 - 10	12
5	10 - 12	9

2. . Статистическая проверка гипотез

- 1. Измерения пульса 10 больных, проведенные после некоторой процедуры, и 12 больных контрольной группы дали следующие результаты средних и исправленных дисперсий для 1 группы: $\bar{x} = 70 \, y\partial/muh$, $s^2(x) = 9$; для 2 группы: $\bar{y} = 68 \, \frac{y\partial}{muh}$, $s^2(y) = 4$. При уровне значимости $\alpha = 0.05$ определить, значимо ли отличаются средние значения пульса у больных этих двух групп. (11)
- 2. Для сравнения точности двух станков-автоматов взяты две выборки, объемы которых $n_x = 7$ и $n_y = 5$. В результате измерения контролируемого размера отобранных изделий получены следующие результаты: (14)

Xi	1,08	1,10	1,12	1,14	1,15	1,25	1,36
y _i	1,11	1,12	1,18	1,22	1,33		

Можно ли считать, что станки обладают одинаковой точностью при уровне значимости 0,1?

Судить о точности методов: а) по величинам дисперсий; б) путем сравнения средних двух выборок.

3. Дисперсионный и корреляционно-регрессионный анализ

1. Изучали зависимость между содержанием коллагена Y и эластина X в магистральных артериях головы (г/100 г сухого вещества) (возраст 51-75 лет). Результаты наблюдений приведены в виде двумерной выборки объема 5:

	1 ''	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·			
X:	13,50	13,09	6,45	7,26	8,80
Y:	33,97	38,07	53,98	46,00	48,61

Провести корреляционно-регрессионный анализ:

1. Построить корреляционное поле точек.

- **2.** Какая связь обнаружена между содержанием коллагена Y и эластина X в магистральных артериях головы (г/100 г сухого вещества) (возраст 51-75 лет) в выборочной совокупности?
- **3.** Можно ли распространить выводы о характере связи, обнаруженной в выборочной совокупности между признаками, на всю генеральную совокупность? Что для этого необходимо сделать? ($\alpha = 0.05$)
 - 4. Построить линию регрессии.

Результаты расчета на компьютере:

$$r = -0.94$$
 $t_{\mu\alpha\delta\eta} = 4.8$ $\overline{Y}_x = -2.3X + 66.8$ (9)

- 2. Даны результаты 9 независимых измерений над системой случайных величин (X,Y). Требуется:
- 1) построить корреляционное поле;
- 2) предполагая, что данная зависимость между X и Y близка к линейной, найти выборочный коэффициент корреляции r_{yy} ;
- 3) проверить достоверность найденного значения выборочного коэффициента корреляции при уровне значимости $\alpha = 0.05$;
- 4) найти уравнения регрессии Y на X и X на Y;
- 5) построить линии регрессии на графике экспериментальных данных.

X	15	20	24	30	33	37	36	40	42
Y	70	74	76	75	78	78	83	85	87

Основные промежуточные результаты вычислений представить в таблицах. (17)

3. Произведено по четыре испытания на каждом из трех уровней фактора. Методом дисперсионного анализа при уровне значимости 0,1 оценить влияние фактора F на изменение величины A. Оценить силу влияния фактора F.

Номер		Уровни фактора F					
испытания	\mathbf{F}_1	F_2	F_3				
1	42,4	52,5	52,3				
2	37,4	50,1	53,0				
3	40,7	53,8	51,4				
4	38,2	50,7	53,6				

Основные промежуточные результаты вычислений представить в таблицах. (16)

5. Временные ряды и задачи линейного программирования

1. Временной ряд задан в виде таблицы:

T	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X	10	15	21	23	25	34	32	37	41

Построить линейную модель тренда, параметры которой оценить МНК.

Построить точечный прогноз на два шага вперед.

Отобразить на графиках фактические данные, результаты расчетов и прогнозирования. Вычисления произвести с точностью до сотых. Основные промежуточные результаты вычислений представить в таблицах (16)

2. Предприятию требуется не более 12 трехтонных и не более 10 пятитонных автомашин. Отпускная цена машины первой марки 2000 у.е., второй марки – 4000 у.е. Предприятие может выделить на приобретение машин 52 тыс. у.е. сколько следует приобрести

автомашин каждой марки в отдельности, чтобы их общая (суммарная) грузоподъемность была максимальной? Решить задачу графическим методом. (16)

Образцы тестовых заданий

ЗАДАНИЕ N 1 (- выберите один вариант ответа)

Игральная кость бросается один раз. Тогда вероятность того, что на верхней грани выпадет *не более трех очков*, равна...

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1)
$$\frac{2}{3}$$

2)
$$\frac{1}{6}$$

3)
$$\frac{1}{3}$$

4)
$$\frac{1}{2}$$

ЗАДАНИЕ N 2 (• выберите один вариант ответа)

По оценкам экспертов вероятности банкротства для двух предприятий, производящих разнотипную продукцию, равны 0,2 и 0,35. Тогда вероятность банкротства обоих предприятий равна...

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

2) 0,55

4) 0,52

ЗАДАНИЕ N 3 (• выберите один вариант ответа)

Событие A может наступить лишь при условии появления одного из двух несовместных событий B_1 и B_2 , образующих полную группу событий. Известны

 $P(B_1) = \frac{1}{3}$ вероятность $P(A/B_1) = \frac{1}{2}, \ P(A/B_2) = \frac{1}{4}$ Тогда вероятность P(A) равна ...

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1)
$$\frac{2}{3}$$

2)
$$\frac{1}{2}$$

3)
$$\frac{3}{4}$$

4)
$$\frac{1}{3}$$

ЗАДАНИЕ N 4 (• выберите один вариант ответа)

Из генеральной совокупности извлечена выборка объема n=50:

x_i	1	2	3	4
n_i	10	\mathbf{n}_2	8	7

Тогда $\mathbf{n_2}$ равен...

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) 26

2) 25

3) 9

4) 50

ЗАДАНИЕ N 5 (• выберите один вариант ответа)

Мода вариационного ряда 1 , 4 , 4 , 5 , 6 , 8 , 9 равна...

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) 5

2) 1

3) 9

4) 4

ЗАДАНИЕ N 6 ($^{\circ}$ - выберите один вариант ответа)

Для выборки объема n=10 вычислена выборочная дисперсия $D_{\rm B}=180$. Тогда исправленная дисперсия S^2 для этой выборки равна ...

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) 324

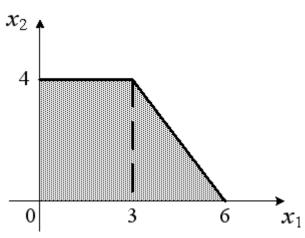
2) 200

3) 162

4) 400

ЗАДАНИЕ N 7 (• выберите один вариант ответа)

Область допустимых решений задачи линейного программирования имеет вид:



Тогда максимальное значение функции $z = 3x_1 + 5x_2$ равно...

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) 29

2) 31

3) 27

4) 20

ЗАДАНИЕ N 8 (• выберите один вариант ответа)

Транспортная задача

	L	
	30	100+b
20	3	9
30 + a	4	1
100	6	8

будет закрытой, если ...

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1. Теория вероятностей

1. Теоремы сложения и умножения вероятностей

Задание N 3	Варианты ответов
В урне находятся 1 бельій и 2 черных шара. Из урны поочередно вынимают два шара, но после первого вынимания шар возвращается в урну, и шары в урне перемешиваются. Тогда вероятность того, что оба шара белые, равна	\circ $\frac{1}{6}$
	\circ $\frac{2}{9}$
	\circ $\frac{2}{3}$
	0 1/9

Задание N 3	Варианты ответов
Два стрелка производят по одному выстрелу. Вероятности попадания в цель для первого и второго стрелков равны 0,5 и 0,3 соответственно. Тогда вероятность того, что в цель попадут оба стрелка, равна	0,8
	0,15
	0,12
	0,35
Задание N 23	Варианты ответов
Задание N 23 Два стрелка производят по одному выстрелу. Вероятности попадания в цель для первого и второго стрелков равны 0,8 и 0,3 соответственно. Тогда вероятность того, что в цель попадут оба стрелка, равна	О 0,24
Два стрелка производят по одному выстрелу. Вероятности попадания в цель для первого и второго стрелков равны 0,8 и 0,3 соответственно.	
Два стрелка производят по одному выстрелу. Вероятности попадания в цель для первого и второго стрелков равны 0,8 и 0,3 соответственно.	0 0,24

Задание N 20

В урне находятся 3 белых и 3 черных шара. Из урны поочередно вынимают два шара. Тогда вероятность того, что оба шара белые равна

- Варианты ответов
 - \circ $\frac{1}{5}$
 - $\frac{9}{10}$
 - $\frac{2}{15}$
 - \circ $\frac{1}{4}$

Задание N 17

В урне находятся 4 белых и 2 черных шара. Из урны поочередно вынимают два шара.

При этом после первого вынимания шар возвращается в урну, и шары в урне перемешиваются. Тогда вероятность того, что оба шара белые, равна ...

Варианты ответов

- \circ $\frac{1}{36}$
- \circ $\frac{2}{5}$
- $\frac{2}{9}$
- $\circ \frac{4}{9}$

2. Полная вероятность. Формула Байеса

Задание N 2

В первом ящике 13 черных и 7 белых шаров, во втором — 8 черных и 7 белых. Из произвольного ящика достают один шар. Вероятность того, что он белый, равна...

Варианты ответов

$$\frac{7}{13} + \frac{7}{8}$$

$$\frac{7}{20} + \frac{7}{15}$$

$$0 \frac{1}{2} \left(\frac{7}{20} + \frac{7}{15} \right)$$

Задание N 23

В первом ящике 11 черных и 9 белых шаров, во втором — 8 черных и 7 белых. Из произвольного ящика достают один шар. Вероятность того, что он белый, равна...

Варианты ответов

$$9+7$$
 $20+15$

$$\frac{9}{11} + \frac{7}{8}$$

$$\bigcirc \quad \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{9}{20} + \frac{7}{15} \right)$$

Задание N 22

Имеются две одинаковые на вид урны. В первой урне находятся три красных и один черный шар. Во второй — два красных и один черный шар. Из наудачу взятой урны взяли один шар. Тогда вероятность того, что этот шар красный равна ...

Варианты ответов

$$\circ \frac{17}{24}$$

$$\bigcirc \frac{5}{7}$$

$$\frac{2}{3}$$

$$\circ$$
 $\frac{5}{14}$

Задание N 18

Имеются две одинаковые на вид урны. В первой урне находятся два белых и два черных шара. Во второй урне — два белых и один черный шар. Из наудачу взятой урны взяли один шар. Тогда вероятность того, что этот шар белый равна ...

Варианты ответов

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{7}{12}$$

$$\frac{4}{7}$$

Задание N 21	Варианты ответов
В первой урне 1 черный и 9 белых шаров. Во второй урне 4 белых и 6 черных шаров. Из наудачу взятой урны вынули один шар. Тогда вероятность того, что этот шар окажется белым, равна	0,65
	0,7
	0,25
	0,13

3. Дискретная случайная величина

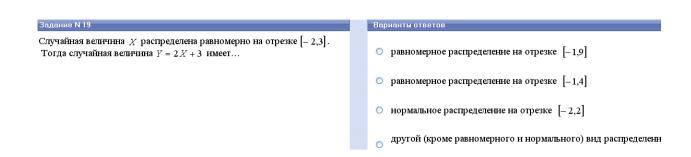
Задание N 9	Варианты ответов
Пусть X — дискретная случайная величина, заданная законом распределения вероятностей:	O 2,2
	0 1,5
Тогда математическое ожидание этой случайной величины равно	O 2
	8,0
Задание N 15	Варианты ответов
Пусть X — дискретная случайная величина, заданная законом распределения вероятностей:	O 0,5
$ \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$	O 2,6
Тогда математическое ожидание этой случайной величины равно	0 1,6
	0 1,0

Задание N 21	Варианты ответов
Пусть $X-$ дискретная случайная величина, заданная законом распределения вероятностей:	O 2
	O 3,8
Тогда математическое ожидание этой случайной величины равно	O 4,2
	0.4

Задание N 4	Варианты ответов
Дан закон распределения вероятностей дискретной случайной величины X :	O 0,9
X 1 2 3 4 P 0,1 a 0,5 0,3	0,3
Тогда значение а равно	O 0,1
	O -0,9
Задание N 26	Варианты ответов
Дан закон распределения вероятностей дискретной случайной величины X:	0,8
X 1 2 3 4	
P a 0,3 0,4 0,1	○ -0,8
Тогда значение а равно	0,1

4. Непрерывная случайная величина





Задание N 1	Варианты ответов
Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения вероятностей $f(x) = \frac{1}{10\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-11)^2}{200}}$. Тогда математическое ожидание	O 200
этой нормально распределённой случайной величины равно	O 100
	O 11
	O 10

Задание N 7	Варианты ответов
Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения вероятностей $f(x) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-5)^2}{32}}$. Тогда математическое ожидание	O 4
$4\sqrt{2\pi}^{\circ}$ этой нормально распределённой случайной величины равно	O 16
	O 5
	O 32
Задание N 21	Варианты ответов
Непрерывная спучайная величина <i>X</i> задана плотностью распределения	Варианты ответов
Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения вероятностей $f(x) = \frac{1}{12\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-13)^2}{288}}$. Тогда математическое ожидание	O 144

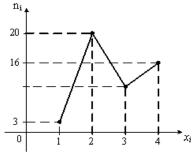
2. Математическая статистика

проверяемые компетенции: ок-15, ок-16, ок-17

1. Статистическое распределение выборки

Задание N 18

Из генеральной совокупности извлечена выборка объема n=50, полигон частот которой имеет вид:



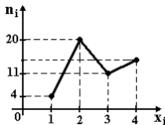
Тогда число вариант $x_i = 3$ в выборке равно...

Варианты ответов

- O 11
- O 50
- O 12
- O 10

Задание N 12

Из генеральной совокупности извлечена выборка объема n=50, полигон частот которой имеет вид



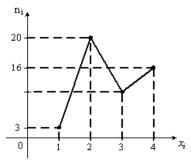
Тогда число вариант $x_i = 4$ в выборке равно...

Варианты ответов

- 0 15
- O 50
- 0 14
- 0 16

Задание N 23

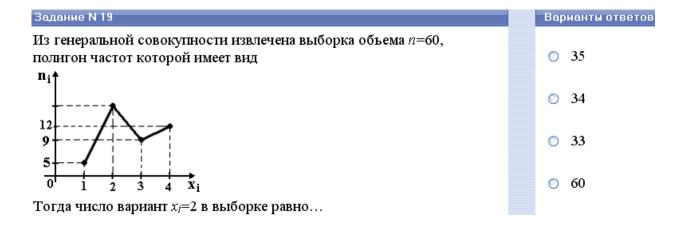
Из генеральной совокупности извлечена выборка объема n=52, полигон частот которой имеет вид:

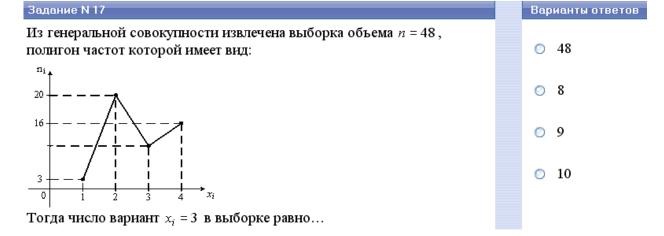


Тогда число вариант $x_i = 3$ в выборке равно...

Варианты ответов

- 0 14
- O 12
- O 13
- O 52





2. Точечные оценки параметров распределения

Задание N 6	Варианты ответов
Проведено четыре измерения (без систематических ошибок) некоторой случайной величины (в мм): 3, 5, 8, 9. Тогда несмещенная оценка математического ожидания равна	O 6
	O 5,5
	O 5
	0 6,25
Задание N 11	Варианты ответов
Задание N 11 Проведено четыре измерения (без систематических ошибок) некоторой случайной величины (в мм): 3, 8, 9, 16. Тогда несмещенная оценка математического ожидания равна	Варианты ответов
Проведено четыре измерения (без систематических ошибок) некоторой случайной величины (в мм): 3, 8, 9, 16. Тогда несмещенная оценка	
Проведено четыре измерения (без систематических ошибок) некоторой случайной величины (в мм): 3, 8, 9, 16. Тогда несмещенная оценка	O 9

Задание N 22	Варианты ответов
Проведено четыре измерения (без систематических ошибок) некоторой случайной величины (в мм): 8 , 9 , 10 , 13 . Тогда несмещенная оценка математического ожидания равна	o 9
	0 10,25
	O 10
2 Not	 0 10,5
Задание N 21	Варианты ответов
Проведено четыре измерения (без систематических ошибок) некоторой случайной величины (в мм): 2, 3, 7, 9. Тогда несмещенная оценка	Варианты ответов О 5,5
Проведено четыре измерения (без систематических ошибок) некоторой	
Проведено четыре измерения (без систематических ошибок) некоторой случайной величины (в мм): 2, 3, 7, 9. Тогда несмещенная оценка	O 5,5

3. Интервальные оценки параметров распределения

Задание N 17	Варианты ответов
Точечная оценка математического ожидания нормального распределения равна 15. Тогда его интервальная оценка может иметь вид	O (13,8; 16,2)
	0 (13,8; 14,1)
	0 (15; 16,2)
	0 (13,8;15)
Задание N 8	Варианты ответов
Точечная оценка математического ожидания нормального распределения равна 14. Тогда его интервальная оценка может иметь вид	O (12,1;14)
	0 (12,7; 13,7)
	0 (14; 15,1)

Задание N 24	Варианты ответов
Точечная оценка математического ожидания нормального распределения равна 12. Тогда его интервальная оценка может иметь вид	0 (10,6; 13,4)
	O (10,8; 12)
	0 (12; 13,7)
	O (11,2; 11,8)
Задание N 16	Варианты ответов
Задание N 16 Точечная оценка математического ожидания нормального распределения равна 12. Тогда его интервальная оценка может иметь вид	Варианты ответов ⊙ (11,4; 12)
Точечная оценка математического ожидания нормального распределения равна 12. Тогда его интервальная оценка может иметь	
Точечная оценка математического ожидания нормального распределения равна 12. Тогда его интервальная оценка может иметь	O (11,4; 12)

Задание N 22	Варианты ответов
Точечная оценка математического ожидания нормального распределения равна 13. Тогда его интервальная оценка может иметь вид	0 (11,8; 12,8)
	0 (11,6;13)
	0 (13; 14,6)
	0 (11,8; 14,2)

4. Проверка статистических гипотез

Задание N 16	Варианты ответов
Если основная гипотеза имеет вид $H_0: a=15$, то конкурирующей может быть гипотеза	O H ₁ : a ≥15
	O H ₁ : a ≤15
	O H ₁ : a ≠15
	Ø H ₁ : a ≤ 25

Задание N 16

Если основная гипотеза имеет вид $\,H_0: a=19\,$, то конкурирующей может быть гипотеза ...

- Варианты ответов
- $OH_1: a \le 29$
- $OH_1: a \le 19$
- $0 H_1: a \neq 19$
- O H₁: a ≥19

Задание N 22

Если основная гипотеза имеет вид $\,H_{\,0}:a=10\,$, то конкурирующей может быть гипотеза...

- Варианты ответов
- $OH_1: a \ge 10$
- $O \quad H_1: a \neq 10$
- $H_1: a \le 20$
- $OH_1: a \le 10$

Задание N 13

Если основная гипотеза имеет вид $\,H_0:a=11\,,\,$ то конкурирующей может быть гипотеза ...

- Варианты ответов
 - \bigcirc $H_1: a \leq 11$
 - $OH_1: a \le 21$
 - $O H_1: a \neq 11$
 - $O H_1: a \ge 11$

Задание N 25

Если основная гипотеза имеет вид $\,H_0: a=17\,$, то конкурирующей может быть гипотеза ...

- Варианты ответов
 - O H₁: a ≤ 27
 - O H₁: a ≥17
 - O H₁: a ≤17
 - $OH_1: a \neq 17$

Задания по СРС

ПРОВЕРЯЕМЫЕ КОМПЕТЕНЦИИ: ОК-15, ОК-16, ОК-17

Для оценки качества выполнения самостоятельной работы рекомендуется использовать тестовые задания из учебных пособий:

- 1. Теория вероятностей: Учебное пособие / Ю.Ю.Ермилова, З.А.Филимонова. В.В.Гончаров. Волгоград: Изд-во ВолГМУ. 2009. 50с. (гриф УМО 17-28/389-Д от 12.08.08).
- 2. Тестовые задания по математике [Электронный ресурс]: учебное пособие /под ред. 3.А.Филимоновой. — Волгоград: ВолГМУ, 2006. - Режим доступа: http://www.volgmed.ru/uploads/files/2014-12/35500-testovye_zadaniya_po_matematike.pdf

3. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации студентов

Итоговый контроль по дисциплине осуществляется проведением экзамена.

Формы промежуточной аттестации: Экзаменационная письменная работа

ПРОВЕРЯЕМЫЕ КОМПЕТЕНЦИИ: ОК-15, ОК-16, ОК-17

ОБРАЗЕЦ ПИСЬМЕННОЙ ЭКЗАМЕНАЦИОННОЙ РАБОТЫ Экзаменационный билет №

РАЗДЕЛ 1. Теоретический вопрос (13 баллов)

- 1. Множество элементарных событий. Случайные события и их классификация. Полная группа событий. Частота событий и ее свойство статистической устойчивости. Классическое и статистическое определения вероятности случайного события. Аксиомы теории вероятностей и следствие из них.
 - 2. Основные теоремы теории вероятностей.
- 3. Случайная величина как математическая модель вероятностного явления. Дискретные и непрерывные случайные величины. Закон распределения дискретной случайной величины, многоугольник распределения. Функции распределения и функции плотности распределения вероятностей случайных величин и их свойства.
- 4. Распределение Бернулли, распределение Пуассона. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласса.
 - 5. Числовые характеристики дискретной случайной величины и их свойства.
- 6. Функция распределения и плотность вероятности НСВ. Числовые характеристики непрерывной случайной величины. Нормальный закон распределения. Вероятность попадания значения нормально распределенной СВ в заданный интервал. Правило «трех сигм».
- 7. Неравенство Чебышева. Дисперсионная и корреляционная матрицы случайного вектора. Ковариация и коэффициент корреляции двух случайных величин.
- 8. Предельные теоремы в теории вероятностей. Закон больших чисел, теорема Чебышева. Центральная предельная теорема для одинаково распределенных независимых случайных величин, центральная теорема Муавра-Лапласа, как ее следствие.

- 9. Оценивание скорости сходимости частоты к вероятности в схеме независимых испытаний Бернулли, сравнение результатов использования неравенства Чебышева и интегральной теоремы Муавра-Лапласа.
- 11. Основные задачи математической статистики. Генеральная и выборочная совокупности. Репрезентативность выборки. Статистическое распределение выборки, дискретные и интервальные вариационные ряды, полигон, гистограмма. Эмпирическая функция распределения вероятностей.
- 12. Оценки числовых характеристик распределения по данным распределения. Точечные оценки параметров распределения. Генеральная средняя и выборочная средняя. Генеральная дисперсия и выборочная дисперсия.
- 13. Несмещенная и смещенная оценки генеральной дисперсии: выборочная и исправленная выборочная дисперсии. Доверительный интервал и доверительная вероятность. Нахождение границ доверительного интервала для оценки математического ожидания нормально распределенной случайной величины по данным выборки малого объема. Распределение Стьюдента. Статистическая проверка статистических гипотез. Нулевая и конкурирующая гипотезы.
- 14. Критерии согласия, критерии однородности, критерии независимости, критерии значимости, знаковый анализ, ранговый анализ в задачах анализа данных.
- 15. Коэффициенты ранговой корреляции Спирмена и Кендалла, коэффициент конкордации.
 - 16. Модели и методы непараметрической статистики.
 - 17. Элементы теории статистических решений в анализе данных.
- 18. Элементы дисперсионного и корреляционного анализов. Понятие кластеранализа
- 19. Задачи оптимизации в здравоохранении (оптимизация планов обследования, перевозок и т.д.). Понятие о линейном программировании. Понятие о целевой функции. Базисное и допустимое решения.
- 20. Транспортная задача линейного программирования. Понятие о сетевом программировании.

РАЗДЕЛ 2. Основные теоремы случайных событий

- ЗАДАЧА 1. Охотник выстрелил три раза по удаляющейся цели. Вероятность попадания в нее в начале стрельбы равна 0,8, а после каждого выстрела уменьшается на 0,1. Найдите вероятность того, что он: а) промахнется все 3 раза; б) попадет хотя бы один раз; в) попадет 2 раза. (11)
- ЗАДАЧА 2. На сборку поступило 3000 деталей с первого станка и 2000 деталей со второго. Первый станок дает 0,2%, а второй 0,3% брака. Найти вероятность того, что взятая наудачу деталь из не рассортированной продукции окажется бракованной. (9)
- ЗАДАЧА 3. Вероятность нарушения герметичности консервной банки равна 0,0005. Найти вероятность того, что среди 2000 банок: 1) две окажутся с нарушениями герметичности; 2) по крайней мере, одна окажется с нарушениями герметичности. (10)
- ЗАДАЧА 4. Вероятность поражения мишени при одном выстреле равна 0,7. Найти вероятности следующих событий:
- 1) при 12 выстрелах мишень будет поражена 7 раз;
- 2) при 200 выстрелах цель будет поражена не более 160 раз;
- 3) при 200 выстрелах цель будет поражена не менее 140 раз и не более 190 раз;
- 4) при 200 выстрелах цель будет поражена не менее 190 раз
- Найдите также число «успеха» при 200 выстрелах по цели и вероятность этого события.(14)

ЗАДАЧА 5. Сколько следует проверить деталей, чтобы с вероятностью, не меньшей 0,98, можно было ожидать, что абсолютная величина отклонения частоты годных деталей от вероятности детали быть годной, равной 0,95, не превысит 0,01(применить неравенство Чебышева)? (11)

ЗАДАЧА 6. Вероятность того, что покупатель произведет покупку в магазине, равна 0,65. Почему нельзя применить неравенство Чебышева для оценки вероятности того, что из 2000 покупателей число сделавших покупки будет находиться в границах от 1260 до 1360 включительно? Решить задачу при соответствующем изменении левой границы. (12)

РАЗДЕЛ 3. Случайные величины

1. Случайная величина задана следующим законом распределения:

X	10	12	15	16	18
P	0,4	0,1	0,2	?	0,1

Найти: 1) неизвестную вероятность; 2) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение; 3) функцию распределения случайной величины F(X)и построить график функции распределения; 4) вероятность того, что $X \in (x_1; x_4)$.

Основные промежуточные результаты вычислений представить в таблицах (14)

2. Случайная величина X задана интегральной функцией распределения F(X). Требуется убедиться, что заданная функция F(X) является функцией распределения некоторой случайной величины, проверив свойства F(X). В случае положительного ответа найдите: а) дифференциальную функцию f(x); в) математическое ожидание случайной величины X; с) дисперсию случайной величины X и среднее квадратическое отклонение; d) построить графики интегральной F(X) и дифференциальной f(x) функций; e) определить вероятность попадания величины X в интервал (α ; β) двумя способами (используя интегральную и дифференциальную функции), а затем проиллюстрировать этот результат на графиках F(X) и f(x).

$$F(X) = \begin{cases} 0, x \le 2 \\ \frac{1}{2}x - 1, 2 < x \le 4 \\ 1, x > 4 \end{cases} \qquad \alpha = 0; \beta = 3$$
 (17)

- 3. В нормальном законе распределения математическое ожидание равно 27, среднеквадратическое отклонение равно 0,55. Чему равно α , если вероятность того, что случайная величина принимает значения меньше α , равна 0,81. (11)
- **4.** Рост взрослой женщины является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с математическим ожиданием 164см и средним квадратическим отклонением 5,5 см. Найти плотность вероятности и вычислить вероятность того, что рост наудачу выбранной женщины будет не меньше 170см. (11)
- 5. Какая из приведённых ниже таблиц является законом распределения системы (X; Y):

	У	-1	0	1
X				

0	0,1	0,2	0
1	0,2	0,3	0,2

X	-1	0	1
0	0,1	0,2	0,1
1	0,2	0,3	0,2

Для выбранного Вами закона распределения системы (X; Y) найдите: а) законы распределения случайных величин X и Y в отдельности; б) законы распределения X при условии, что Y=1; в) вероятность события $(X=1; Y \ge 0)$; г) выясните, зависимы ли случайные величины X и Y. (16)

6. Дана таблица, выражающая закон распределения двух случайных величин (X,У). Найти коэффициенты ковариации и корреляции. (17)

X	-1	0	1
0	0,1	0,2	0
1	0,2	0,3	0,2

РАЗДЕЛ 4. Первичная статистическая обработка результатов

Задача 1. Рост мальчиков в возрасте 2 лет: 90, 92, 95, 91, 93, 96, 94, 93, 89, 97 (см). Найти точечные параметры выборки и доверительный интервал для генеральной средней с доверительной вероятностью 0.97. **(9)**

ЗАДАЧА 2. Частота пульса по данным медицинского осмотра 17 девочекпервоклассниц: 76 76 70 66 68 70 72 74 76 78 70 82 68 74 70 70 70. Найти точечные оценки выборки и оценить истинное значение частоты пульса с доверительной вероятностью 0.95. (9)

Задача 3. Рассчитать и построить гистограмму относительных частот по сгруппированным данным случайной величины X: (6)

	Границы	Число
		попаданий
1	2 - 4	5
2	4 - 6	8
3	6 - 8	16
4	8 - 10	12
5	10 - 12	9

РАЗДЕЛ 5. Статистическая проверка гипотез

- 1. Измерения пульса 10 больных, проведенные после некоторой процедуры, и 12 больных контрольной группы дали следующие результаты средних и исправленных дисперсий для 1 группы: $\bar{x} = 70 \, y\partial/muh$, $s^2(x) = 9$; для 2 группы: $\bar{y} = 68 \, \frac{y\partial}{muh}$, $s^2(y) = 4$. При уровне значимости $\alpha = 0.05$ определить, значимо ли отличаются средние значения пульса у больных этих двух групп. (11)
- 2. Для сравнения точности двух станков-автоматов взяты две выборки, объемы которых $n_x = 7$ и $n_y = 5$. В результате измерения контролируемого размера отобранных изделий получены следующие результаты: (14)

Xi	1,08	1,10	1,12	1,14	1,15	1,25	1,36
y _i	1,11	1,12	1,18	1,22	1,33		

Можно ли считать, что станки обладают одинаковой точностью при уровне значимости 0.1?

Судить о точности методов: а) по величинам дисперсий; б) путем сравнения средних двух выборок.

РАЗДЕЛ 6. Дисперсионный и корреляционно-регрессионный анализ

1. Изучали зависимость между содержанием коллагена Y и эластина X в магистральных артериях головы (г/100 г сухого вещества) (возраст 51-75 лет). Результаты наблюдений приведены в виде двумерной выборки объема 5:

X:	13,50	13,09	6,45	7,26	8,80
Y:	33,97	38,07	53,98	46,00	48,61

Провести корреляционно-регрессионный анализ:

- 1) Построить корреляционное поле точек.
- 2) Какая связь обнаружена между содержанием коллагена Y и эластина X в магистральных артериях головы (г/100 г сухого вещества) (возраст 51-75 лет) в выборочной совокупности?
- 3) Можно ли распространить выводы о характере связи, обнаруженной в выборочной совокупности между признаками, на всю генеральную совокупность? Что для этого необходимо сделать? ($\alpha = 0.05$)
- 4) Построить линию регрессии.

Результаты расчета на компьютере:

$$r = -0.94$$
 $t_{\mu\alpha\delta\alpha} = 4.8$ $\overline{Y}_{x} = -2.3X + 66.8$ (9)

- **2**. Даны результаты 9 независимых измерений над системой случайных величин (X,Y). Требуется:
 - 1) построить корреляционное поле;
- 2) предполагая, что данная зависимость между X и Y близка к линейной, найти выборочный коэффициент корреляции r_{xy} ;
- 3) проверить достоверность найденного значения выборочного коэффициента корреляции при уровне значимости $\alpha = 0.05$;
- 4) найти уравнения регрессии Y на X и X на Y;
- 5) построить линии регрессии на графике экспериментальных данных.

X	15	20	24	30	33	37	36	40	42
Y	70	74	76	75	78	78	83	85	87

Основные промежуточные результаты вычислений представить в таблицах (17)

3. Произведено по четыре испытания на каждом из трех уровней фактора. Методом дисперсионного анализа при уровне значимости 0,1 оценить влияние фактора F на изменение величины A. Оценить силу влияния фактора F.

Номер		Уровни фактора F				
испытания	\mathbf{F}_1	F_2	F_3			
1	42,4	52,5	52,3			
2	37,4	50,1	53,0			
3	40,7	53,8	51,4			
4	38,2	50,7	53,6			

Основные промежуточные результаты вычислений представить в таблицах (16)

РАЗДЕЛ 7. Временные ряды и задачи линейного программирования

1. Временной ряд задан в виде таблицы:

T	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X	10	15	21	23	25	34	32	37	41

Построить линейную модель тренда, параметры которой оценить МНК.

Построить точечный прогноз на два шага вперед.

Отобразить на графиках фактические данные, результаты расчетов и прогнозирования. Вычисления произвести с точностью до сотых. Основные промежуточные результаты вычислений представить в таблицах (16)

2. Предприятию требуется не более 12 трехтонных и не более 10 пятитонных автомашин. Отпускная цена машины первой марки 2000 у.е., второй марки – 4000 у.е. Предприятие может выделить на приобретение машин 52 тыс. у.е. сколько следует приобрести автомашин каждой марки в отдельности, чтобы их общая (суммарная) грузоподъемность была максимальной? Решить задачу графическим методом. (16)

Оценочные средства для промежуточной аттестации по итогам освоения лисциплины

В конце семестра все полученные баллы суммируются, и выводится рейтинг студента. Дисциплина заканчивается экзаменами во 2 семестре.

Помимо среднего балла учитываются показатели, дающие штрафы и бонусы. Баллы, которые получает студент по дисциплине в семестре, вычисляются по формуле:

Рдс = балл за текущую работу в семестре + бонусы – штрафы

- где: Рдс – баллы за работу в семестре;

Т.к. дисциплина заканчивается экзаменом в семестре итоговая оценка, которую преподаватель ставит в зачетную книжку, рассчитывается по формуле и переводится в 5-балльную «отлично» - 91-100 баллов; «хорошо» - 76-90 баллов; «удовлетворительно» - 61-75 баллов

Рд = (Рдс+балл за ответ на экзамене)/2

Ответ на экзамене оценивается в соответствии с «Критериями оценки ответа студента при 100-балльной системе». Если студент получает на экзамене неудовлетворительную оценку, то рейтинг по дисциплине в семестре равен $P_{\pi} = P_{\pi}$.

Баллы при повторной сдаче экзамена – от 61 до 75 независимо от оценки.

Руководитель направления подготовки «Менеджмент», к.э.н., доцент



С.Ю.Соболева