

**Оценочные средства для проведения аттестации
по дисциплине «Математический анализ»
для обучающихся по образовательной программе
бакалавриата
по направлению подготовки
12.03.04 Биотехнические системы и технологии,
направленность (профиль) Инженерное дело в медико-биологической
практике,
форма обучения очная
на 2023- 2024 учебный год**

1.1. Оценочные средства для проведения текущей аттестации по дисциплине

Текущая аттестация включает следующие типы заданий: тестирование, оценка освоения практических навыков (умений), решение ситуационных задач, контрольная работа, собеседование по контрольным вопросам.

1.1.1. Примеры тестовых заданий

Проверяемые компетенции: УК -1, УК -2, ОПК -1.

1. ДОСТАТОЧНОЕ УСЛОВИЕ ЭКСТРЕМУМА ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРМЕННОЙ СОСТОИТ В ТОМ, ЧТО...

1) производная данной функции при переходе через стационарную точку не меняет своего знака

2) производная данной функции при переходе через стационарную точку меняет свой знак с «+» на «-»

3) в точках возможного экстремума производная функции обращается в ноль или не определена

4) производная данной функции при переходе через стационарную точку меняет свой знак

2. РАДИУС – ВЕКТОР ДВИЖУЩЕЙСЯ В ПРОСТРАНСТВЕ ТОЧКИ РАВЕН $\vec{R}(t) = t^3 \cdot \vec{i} + t^2 \cdot \vec{j} + t \cdot \vec{k}$. ТОГДА ВЕКТОР СКОРОСТИ ТОЧКИ В МОМЕНТ ВРЕМЕНИ $t = 1$ ИМЕЕТ ВИД...

1) $6\vec{i} + 2\vec{j}$

2) $3\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$

3) $\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$

4) $2\vec{i} + 2\vec{j}$

3. ИНТЕГРАЛ $\int_1^2 \left(x^2 - \frac{4}{x}\right) dx$ РАВЕН...

- 1) $4\ln 8$ 2) $\frac{7}{3} - 4\ln 2$ 3) $\frac{1}{2}$ 4) $15\frac{1}{2}$ 5) $7 - \ln 8$.

4. ВЫБРАТЬ ФОРМУЛУ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ ПЛОЩАДИ ФИГУРЫ, ОГРАНИЧЕННОЙ ЛИНИЯМИ

$$xy = 1, y = 1, x = 1, x = 2.$$

- 1) $\int_1^2 \frac{dx}{x}$ 2) $1 - \int_1^2 \left(1 - \frac{1}{x}\right) dx$
3) $\int_1^2 \left(1 - \frac{1}{x}\right) dx - 1$ 4) $\int_0^1 \left(1 - \frac{1}{x}\right) dx$

5. НАЙТИ $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}$, ЕСЛИ $u = xyz$.

- 1) $xy + yz + xz$
2) $xy + xz$
3) $xz + yz$
4) $yz + xy$

6. ЧАСТНАЯ ПРОИЗВОДНАЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА $\frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y \partial z}$

ФУНКЦИИ $u = x^2 \cdot y^2 \cdot z^2$ РАВНА...

- 1) $4y \cdot z$
2) $8x \cdot y^2 \cdot z$
3) $4x \cdot y \cdot z$
4) $8x \cdot y \cdot z$

7. ПОРЯДОК ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ОПРЕДЕЛЯЕТСЯ

...

- 1) наивысшим порядком входящих в уравнение производных
2) наивысшей степени, в которую возведена производная
3) наивысшей степени аргумента, который содержится в уравнении

8. ВЫБЕРИТЕ ИЗ НИЖЕПРИВЕДЕННЫХ ИНТЕГРАЛОВ ТЕ, КОТОРЫЕ НАХОДЯТСЯ МЕТОДОМ ИНТЕГРИРОВАНИЯ ПО ЧАСТЯМ:

- 1) $\int \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right) dx$
2) $\int \sin x dx$

$$3) \int x \cos x dx$$

$$4) \int e^{x^2} x dx$$

$$5) \int \ln x dx$$

$$6) \int \arcsin x dx$$

9. ОБЛАСТЬ ИНТЕГРИРОВАНИЯ D ИНТЕГРАЛА

$$I = \int_{-2}^{-1} dx \int_{2}^6 f(x, y) dy \text{ ИМЕЕТ ВИД...}$$

1) окружности радиусом 1

2) треугольника

3) квадрата

4) прямоугольника

010. ИЗ ПРИВЕДЁННЫХ НИЖЕ УРАВНЕНИЙ УКАЖИТЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

$$1) y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x}$$

$$2) y' \sin x - y \cos x = 1;$$

$$3) (\cos x^2)' = -2x \sin x^2$$

$$4) y'' - 5y' + 6y = 2 \cos x;$$

$$5) \frac{\partial^2 s}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 s}{\partial t^2}$$

$$6) d(x^3) = 3x^2 dx$$

$$7) y'' x \ln x = y';$$

1.1.2. Примеры заданий по оценке освоения практических навыков
Проверяемые компетенции: УК -1, УК -2, ОПК -1.

Задание 1: Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (x + y - z) dx dy dz$ по области V , ограниченной указанными поверхностями: $x = -1, x = +2, y = 0, y = 1, z = 0, z = 2$

Задание 2: Изменить порядок интегрирования $\int_0^1 dx \int_0^{2x} f(x, y) dy + \int_1^3 dx \int_0^{3-x} f(x, y) dx$.

1.1.3. Пример варианта контрольной работы
Проверяемые компетенции: УК -1, УК -2, ОПК -1.

Вариант 0

Задание 1. Определите вид функции, укажите рациональный метод дифференцирования и найдите производные заданных функций:

$$1) y = \ln \frac{(x-4)^3}{x} \quad 2) y = x^4 \cdot \ln x^4 \cdot \sin x^4 \quad 3) xy + 4y^2 = 0.$$

Задание 2. Доказать, что $(uv)'' = u''v + 2u'v' + uv''$ и найти $y''(x)$ для функции $y(x) = \ln(3x) \cdot \cos 5x$.

Задание 3. Написать уравнение касательной и нормали к циклоиде $x = t - \sin t, y = 1 - \cos t$ в точке $t_0 = \frac{\pi}{2}$.

Задание 4. Точка движется прямолинейно, причем $s = \frac{2}{9} \sin \frac{\pi t}{2} + s_0$ (см/с). Найти ускорение в конце пятой секунды.

Задание 5. Вычислить предел функции с помощью правила Лопиталя:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\pi - 2x)^{\cos x}$$

1.1.4. Примеры ситуационных задач

Проверяемые компетенции: УК -1, УК -2, ОПК -1.

Задание 1: Установить, при каком процентном содержании у кислорода в газовой смеси скорость окисления азота будет максимальной, если уравнение кинетики имеет вид $v = k(100x^2 - x^3)$, где k - постоянная, x - концентрация окиси азота, $x + y = 100(\%)$.

Задание 2: В реакции первого порядка участвуют реагенты с начальными концентрациями 0,1 моль/дм³ и расходуются на 20 % за 20 минут. Вычислить:

- 1) константу скорости;
- 2) время необходимое для расхода реагентов на 80%;
- 3) время, необходимое для расхода реагентов на 25% при начальных концентрациях по 0,05 моль/дм³.

1.1.5. Перечень вопросов для собеседования

№	Вопросы для текущей аттестации студента	Проверяемые компетенции
1	Множества. Операции с множествами. Декартово произведение множеств.	УК -1, УК -2, ОПК -1.
2	Мощность множества. Отображения множеств. Множество вещественных чисел.	УК -1, УК -2, ОПК -1.
3	Функция. Область определения функции. Сложные и обратные функции. График функции.	УК -1, УК -2, ОПК -1.
4	Основные элементарные функции, их свойства и графики.	УК -1, УК -2, ОПК -1.
5	Предел функции в точке и на бесконечности. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Свойства предела функции.	УК -1, УК -2, ОПК -1.
6	Односторонние пределы. Пределы монотонных	УК -1, УК -2,

	функций. Замечательные пределы.	ОПК -1.
7	Непрерывность функции в точке. Непрерывность элементарных функций. Точки разрыва, их классификация.	УК -1, УК -2, ОПК -1.
8	Понятие функции, дифференцируемой в точке. Производная функции, ее смысл в различных задачах.	УК -1, УК -2, ОПК -1.
9	Правила нахождения производной.	УК -1, УК -2, ОПК -1.
10	Производная сложной и обратной функций. Дифференцирование функций, заданных параметрически.	УК -1, УК -2, ОПК -1.
11	Дифференциал функции. Правила нахождения дифференциала. Инвариантность формы дифференциала.	УК -1, УК -2, ОПК -1.
12	Применение дифференциала в приближённых вычислениях.	УК -1, УК -2, ОПК -1.
13	Правило Лопиталю.	УК -1, УК -2, ОПК -1.
14	Производные и дифференциалы высших порядков. Физический смысл производной второго порядка.	УК -1, УК -2, ОПК -1.
15	Условия монотонности функции. Экстремум функции, необходимое условие. Достаточные условия экстремума.	УК -1, УК -2, ОПК -1.
16	Исследование выпуклости функции. Точки перегиба. Асимптоты функций.	УК -1, УК -2, ОПК -1.
17	Общая схема исследования функции и построения ее графика.	УК -1, УК -2, ОПК -1.
18	Первообразная. Неопределенный интеграл. Геометрическая интерпретация неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла.	УК -1, УК -2, ОПК -1.
19	Непосредственное интегрирование, замена переменной и интегрирование по частям в неопределенном интеграле.	УК -1, УК -2, ОПК -1.
20	Интегрирование рациональных дробей.	УК -1, УК -2, ОПК -1.
21	Интегрирование иррациональных и тригонометрических функций.	УК -1, УК -2, ОПК -1.
22	Задачи, приводящие к понятию определенного	УК -1, УК -2,

	интеграла. Определенный интеграл, его свойства. Формула Ньютона-Лейбница, ее применение для вычисления определенных интегралов.	ОПК -1.
23	Геометрические приложения определенного интеграла. Механические приложения определенного интеграла.	УК -1, УК -2, ОПК -1.
24	Несобственные интегралы с бесконечными пределами и от неограниченных функций, их основные свойства.	УК -1, УК -2, ОПК -1.
25	Функции нескольких переменных. Предел и непрерывность функции.	УК -1, УК -2, ОПК -1.
26	Функции, непрерывные на компактах. Промежуточные значения непрерывных функций на линейно связных множествах.	УК -1, УК -2, ОПК -1.
27	Частные производные.	УК -1, УК -2, ОПК -1.
28	Полный дифференциал, его связь с частными производными.	УК -1, УК -2, ОПК -1.
29	Геометрический смысл полного дифференциала.	УК -1, УК -2, ОПК -1.
30	Производная по направлению. Градиент.	УК -1, УК -2, ОПК -1.
31	Частные производные и дифференциалы высших порядков.	УК -1, УК -2, ОПК -1.
32	Формула Тейлора.	УК -1, УК -2, ОПК -1.
33	Неявные функции. Теоремы существования. Дифференцирование неявных функций.	УК -1, УК -2, ОПК -1.
34	Экстремумы функций нескольких переменных. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума.	УК -1, УК -2, ОПК -1.
35	Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.	УК -1, УК -2, ОПК -1.
36	Двойной и тройной интегралы, их свойства. Сведение кратного интеграла к повторному.	УК -1, УК -2, ОПК -1.
37	Замена переменных в кратных интегралах. Полярные, цилиндрические и сферические координаты.	УК -1, УК -2, ОПК -1.
38	Геометрические и механические приложения кратных интегралов.	УК -1, УК -2, ОПК -1.
39	Криволинейные интегралы. Их свойства и вычисление.	УК -1, УК -2, ОПК -1.
40	Поверхностные интегралы. Их свойства и	УК -1, УК -2,

	вычисление.	ОПК -1.
41	Приложения криволинейных интегралов.	УК -1, УК -2, ОПК -1.
42	Приложения поверхностных интегралов.	УК -1, УК -2, ОПК -1.
43	Скалярное поле. Линии уровня. Поверхности уровня.	УК -1, УК -2, ОПК -1.
44	Производная скалярного поля в заданном направлении. Градиент. Свойства градиента.	УК -1, УК -2, ОПК -1.
45	Векторное поле: определение, примеры, частные случаи. Векторные линии.	УК -1, УК -2, ОПК -1.
46	Циркуляция векторного поля вдоль кривой. Работа силового поля.	УК -1, УК -2, ОПК -1.
47	Поток поля через поверхность. Формула Гаусса-Остроградского.	УК -1, УК -2, ОПК -1.
48	Дивергенция векторного поля, ее физический смысл. Формула Стокса. Ротор векторного поля.	УК -1, УК -2, ОПК -1.
49	Потенциальное поле, его свойства. Условие потенциальности. Нахождение потенциала.	УК -1, УК -2, ОПК -1.
50	Соленоидальное поле, его свойства и строение. Поле ротора. Векторный потенциал.	УК -1, УК -2, ОПК -1.
51	Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости. Действия с рядами. Свойства сходящихся числовых рядов.	УК -1, УК -2, ОПК -1.
52	Ряды с неотрицательными членами. Признаки сходимости положительных числовых рядов.	УК -1, УК -2, ОПК -1.
53	Знакопеременные ряды. Признак Лейбница. Абсолютная и условная сходимости ряда. Свойства абсолютно сходящихся рядов.	УК -1, УК -2, ОПК -1.
54	Функциональные ряды. Область сходимости. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся рядов: почленное дифференцирование и интегрирование.	УК -1, УК -2, ОПК -1.
55	Степенные ряды. Теорема Абеля. Область сходимости.	УК -1, УК -2, ОПК -1.
56	Ряды Тейлора и Маклорена.	УК -1, УК -2, ОПК -1.
57	Тригонометрические ряды Фурье.	УК -1, УК -2, ОПК -1.
58	Комплексные числа. Геометрическая интерпретация комплексного числа.	УК -1, УК -2, ОПК -1.
59	Алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы записи комплексного числа. Арифметические операции с комплексными	УК -1, УК -2, ОПК -1.

	числами.	
60	Функции комплексного переменного: основные понятия. Предел и непрерывность функции комплексного переменного	УК -1, УК -2, ОПК -1.
61	Элементарные функции комплексного переменного.	УК -1, УК -2, ОПК -1.
62	Дифференцирование функций комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Гармонические функции.	УК -1, УК -2, ОПК -1.

1.2. Промежуточная аттестация проводится в форме экзамена.

Промежуточная аттестация включает следующие типы заданий: оценка освоения практических навыков (умений) в письменной форме.

1.2.1. Примеры заданий по оценке освоения практических навыков

Проверяемые компетенции: УК -1, УК -2, ОПК -1.

Пример билета на экзамен

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Волгоградский государственный медицинский университет»

Министерства здравоохранения Российской Федерации

Кафедра: физики, математики и информатики

Дисциплина: Теория вероятностей

Бакалавриат по направлению подготовки 12.03.04 Биотехнические системы и технологии

Учебный год: 2023-2024

В каждом ЗАДАНИИ вам предлагается несколько ЗАДАЧ различной трудности *на выбор*.

ИЗ КАЖДОГО ЗАДАНИЯ ВЫ ДОЛЖНЫ РЕШИТЬ ПО ОДНОЙ ЗАДАЧЕ, ТО ЕСТЬ ВСЕГО 6 (ШЕСТЬ) ЗАДАЧ.

✓ **ОЦЕНКА**

Количество набранных вами баллов	Оценка
91-100	«отлично»
76-90	«хорошо»
61-75	«удовлетворительно»
менее 61	«неудовлетворительно»

ВНИМАНИЕ! Если в работе отсутствует полностью какой-либо раздел, то из общего количества набранных Вами баллов отнимается 10 баллов

Требования к выполнению работы:

- 1) Указать номер ЗАДАНИЯ, ЕГО РАЗДЕЛ и номер решаемой задачи;
- 2) Перед решением каждой задачи необходимо полностью выписывать ее условие;
- 3) Выполнение КАЖДОГО ЗАДАНИЯ необходимо излагать подробно и аккуратно, сопровождая его следующими пояснениями:
 - указывать метод решения и пояснять все действия по ходу решения задачи;
 - приводить основные формулы и обосновывать их выбор;
 - выполнять необходимые рисунки и схемы;
 - анализировать полученные результаты и делать выводы.
- 4) Нельзя делать исправления поверх выполненных записей.

Только в этом случае за выполненное решение задания ставится максимальное количество баллов!

Экзаменационный билет № 0

Задание 1. РАЗДЕЛ «Практические приложения определенного интеграла»

Задача 1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной осью ординат, кривой $y = 2x^2$ и касательной к этой кривой, абсцисса точки касания равна 2. Сделать рисунок.

14 баллов

Задача 2. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox кривой $L: x - y^2 = 0, x = 1, y = 0$. Сделать рисунок.

11 баллов

Задача 3. Найти длину дуги линии $x = a \cos^5 t, y = a \sin^5 t$.

13 баллов

Задача 4. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси Ox дуги кривой $y^2 = 4 + x$,

отсеченной прямой $x = 2$. Сделать рисунок.

13 баллов

Задача 5. Найти изменение энтропии при изохорическом расширении 8 г кислорода, если температура газа изменилась от $T_1 = 320$ до $T_2 = 400\text{K}$. Подсказка:
 $dS = \frac{dQ}{T}$, $dQ = \frac{m}{M} c_V dT$, $c_V = \frac{i}{2} R$.

15 баллов

Задание 2. РАЗДЕЛ «Дифференцирование функции многих переменных: техника нахождения частных производных и применение частных производных к решению задач»

Задача 1. Дана функция $z = \ln(e^x + e^y)$. Показать, что
 $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} = 1$ и что $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \right)^2 = 0$.

13 баллов

Задача 2. Найти приближенное значение $\sqrt[3]{1,02^2 + 0,05^2}$.

15 баллов

Задача 3. Исследовать на экстремум функцию
 $z = 3xy - x^2 - 4y^2 + 4x - 6y - 1$.

15 баллов

Задача 4. В усеченном конусе радиусы оснований равны $R = 20$ см, $r = 10$ см, высота $H = 40$ см. Как изменится объем конуса, если увеличить R на 3 мм, уменьшить r на 4 мм, и H увеличить на 2 мм?

16 баллов

Задание 3. РАЗДЕЛ «Кратные интегралы: вычисление и решение задач»

В каждой задаче необходимо определить вид функции и указать рациональный метод дифференцирования

Задача 1. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (x + y + z) dx dy dz$ по области V , ограниченной плоскостями $x = 0, x = 1, y = 0, y = 1, z = 0, z = 1$. Сделать рисунок

области интегрирования.

15 баллов

Задача 2. Вычислить площадь плоской области D , ограниченной кривой $(y^2 + z^2)^2 = 2ay^3$. Ввести полярные координаты.

13 баллов

Задача 3. Вычислить момент инерции однородного шара ($\rho = 1$) радиуса $r = 1$ относительно его центра. Сделать рисунок.

17 баллов

Задание 4. РАЗДЕЛ «Криволинейные интегралы»

Задача 1. Установить независимость от пути интегрирования и вычислить криволинейный интеграл по контуру, связывающему точки $M(1;2)$ и $N(3;5)$: $\int (3 + xy)dx + (\frac{1}{2}x^2 + 2y)dy$.

13 баллов

Задача 2 Даны криволинейный интеграл $\int (2x - 3y)dx - (3x - 4y)dy$ и точки на плоскости xOy : $O(0;0)$, $A(4;0)$, $B(0;8)$, $C(4;8)$. Вычислить данный интеграл от точки O до точки C по трем различным путям:

1) по ломаной OAC ;

2) по ломаной OBC ;

3) по дуге параболы $y = \frac{1}{2}x^2$.

Полученные результаты сравнить и объяснить их совпадение.

15 баллов

Задача 3 С помощью формулы Грина, вычислить криволинейный интеграл $\oint_C (x + y)^2 dx - (x^2 + y^2) dy$, где C – пробегаемый в положительном направлении контур треугольника ABC с вершинами $A(1,1)$, $B(3,2)$, $C(2,5)$.

17 баллов

Задание 5. РАЗДЕЛ «Скалярные и векторные поля»

Задача 1. **Задача 1.** Дано скалярное поле

$$u(x, y) = x^2 + y^2 - 2x - 4y$$

$$\text{т. } A \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{5}{2}\right), \text{ т. } B \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}; 0\right),$$

Требуется:

- 1) вычислить с помощью градиента производную скалярного поля $u = u(x, y)$ в точке A по направлению вектора AB
- 2) найти наибольшую скорость изменения скалярного поля в точке A

15 баллов

Задача 2,3 Даны векторное поле $\vec{F} = (y - x)\vec{i} + (3y - z)\vec{k}$ и плоскость $p: 2x + y + z - 4 = 0$, которая совместно с координатными плоскостями образует пирамиду V . Пусть σ – основание пирамиды, принадлежащее плоскости p ; λ – контур, ограничивающий σ ; n – нормаль к σ , направленная вне пирамиды V . Сделать чертеж.

Требуется вычислить:

Задача 2. циркуляцию векторного поля F , применив теорему Стокса к контуру λ и ограниченной им поверхности σ с нормалью n .

20 баллов

Задача 3 поток векторного поля F через полную поверхность пирамиды в направлении внешней нормали к ее поверхности, применив теорему Остроградского.

20 баллов

Задание 6. РАЗДЕЛ «Функциональные ряды»

Задача 1. Найти радиус и интервал сходимости степенного

$$\text{ряда } \sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n, \text{ если } a_n = \frac{3^n}{\sqrt{2^n(3n-1)}}$$

18 баллов

Задача 2 Разложить данную функцию $f(x) = |x^3|$ в ряд Фурье в интервале $(-1;1)$

20 баллов

Задача 3

Вычислить определенный интеграл с точностью до 0,001, разложив подынтегральную функцию в степенной ряд и затем проинтегрировав ее почленно.

$$\int_0^{0,5} \frac{dx}{1+x^4}$$

25 баллов

М.П. Заведующий кафедрой _____ С.А. Шемякина

В полном объеме фонд оценочных средств по дисциплине/практике доступен в ЭИОС ВолгГМУ по ссылке(ам):

Оценочные средства для проведения аттестации	https://www.volgmed.ru/apprentice/kafedry/kafedra-fiziki-matematiki-i-informatiki/faylovyy-menedzher/5677/
Порядок проведения аттестации	
Компоненты ФОС на ЭИОП ВолгГМУ	1 и 2 семестр: https://elearning.volgmed.ru/course/view.php?id=6852 3 семестр: https://elearning.volgmed.ru/course/view.php?id=6857

Рассмотрено на заседании кафедры физики, математики и информатики «12» мая 2023 г., протокол №8

Заведующий кафедрой ФМИ



С.А. Шемякина