

**Оценочные средства для проведения аттестации  
по дисциплине «Математический анализ»  
для обучающихся 2024 года поступления  
по образовательной программе**

**12.13.04. Биотехнические системы и технологии,  
профиль Клиническая инженерия  
(бакалавриат),  
форма обучения очная  
2024- 2025 учебный год**

**1.1. Оценочные средства для проведения текущей аттестации по дисциплине**

Текущая аттестация включает следующие типы заданий: тестирование, оценка освоения практических навыков (умений), решение ситуационных задач, контрольная работа, собеседование по контрольным вопросам.

**1.1.1. Примеры тестовых заданий**

Проверяемые индикаторы достижения компетенций: УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1, ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.

**1. ДОСТАТОЧНОЕ УСЛОВИЕ ЭКСТРЕМУМА ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРМЕННОЙ СОСТОИТ В ТОМ, ЧТО...**

- 1) производная данной функции при переходе через стационарную точку не меняет своего знака
- 2) производная данной функции при переходе через стационарную точку меняет свой знак с «+» на «-»
- 3) в точках возможного экстремума производная функции обращается в ноль или не определена
- 4) производная данной функции при переходе через стационарную точку меняет свой знак

**2. РАДИУС – ВЕКТОР движущейся в пространстве точки равен  $\overline{R(t)} = t^3 \cdot \bar{i} + t^2 \cdot \bar{j} + t \cdot \bar{k}$ . Тогда вектор скорости точки в момент времени  $t=1$  имеет вид...**

- 1)  $6\bar{i} + 2\bar{j}$
- 2)  $3\bar{i} + 2\bar{j} + \bar{k}$
- 3)  $\bar{i} + \bar{j} + \bar{k}$
- 4)  $2\bar{i} + 2\bar{j}$

3. ИНТЕГРАЛ  $\int_1^2 \left( x^2 - \frac{4}{x} \right) dx$  РАВЕН...

- 1)  $4\ln 8$     2)  $\frac{7}{3} - 4\ln 2$     3)  $\frac{1}{2}$     4)  $15\frac{1}{2}$     5)  $7 - \ln 8$ .

4. ВЫБРАТЬ ФОРМУЛУ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ ПЛОЩАДИ ФИГУРЫ, ОГРАНИЧЕННОЙ ЛИНИЯМИ

$$xy = 1, y = 1, x = 1, x = 2.$$

- 1)  $\int_1^2 \frac{dx}{x}$     2)  $1 - \int_1^2 \left( 1 - \frac{1}{x} \right) dx$   
3)  $\int_1^2 \left( 1 - \frac{1}{x} \right) dx - 1$     4)  $\int_0^1 \left( 1 - \frac{1}{x} \right) dx$

5. НАЙТИ  $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}$ , ЕСЛИ  $u = xyz$ .

- 1)  $xy + yz + xz$   
2)  $xy + xz$   
3)  $xz + yz$   
4)  $yz + xy$

6. ЧАСТНАЯ ПРОИЗВОДНАЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА  $\frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y \partial z}$

ФУНКЦИИ  $u = x^2 \cdot y^2 \cdot z^2$  РАВНА...

- 1)  $4y \cdot z$   
2)  $8x \cdot y^2 \cdot z$   
3)  $4x \cdot y \cdot z$   
4)  $8x \cdot y \cdot z$

7. ПРЕДЕЛ ФУНКЦИИ  $f(x) = \frac{3\sin x}{x}$  при  $x \rightarrow 0$  РАВЕН...

- 1) 1  
2) 3x  
3) 0  
4) 3  
5)  $\infty$

8. ВЫБЕРИТЕ ИЗ НИЖЕПРИВЕДЕННЫХ ИНТЕГРАЛОВ ТЕ, КОТОРЫЕ НАХОДЯТСЯ МЕТОДОМ ИНТЕГРИРОВАНИЯ ПО ЧАСТЯМ:

- 1)  $\int \left( \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \right) dx$

- 2)  $\int \sin x dx$   
 3)  $\int x \cos x dx$   
 4)  $\int e^{x^2} x dx$   
 5)  $\int \ln x dx$   
 6)  $\int \arcsin x dx$

9. ОБЛАСТЬ ИНТЕГРИРОВАНИЯ D ИНТЕГРАЛА

$$I = \int_{-2}^{-1} dx \int_2^6 f(x, y) dy \text{ ИМЕЕТ ВИД...}$$

- 1) окружности радиусом 1  
 2) треугольника  
 3) квадрата  
 4) прямоугольника

010. ИЗ ПРИВЕДЕННЫХ НИЖЕ УРАВНЕНИЙ УКАЖИТЕ УРАВНЕНИЕ КАСАТЕЛЬНОЙ К ГРАФИКУ ФУНКЦИИ  $f(x) = 5x^2 - 2x$  В ТОЧКЕ С АБСЦИССОЙ  $x=1$

- 1)  $y=8$   
 2)  $y=5x-8$   
 3)  $x=0$   
 4)  $x=5$   
 5)  $y=8x-5$

1.1.2. Примеры заданий по оценке освоения практических навыков  
 Проверяемые индикаторы достижения компетенций: УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1, ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.

**Задание 1.** Вычислить тройной интеграл  $\iiint_V (x + y - z) dx dy dz$  по области  $V$ ,

ограниченной указанными поверхностями:  $x = -1, x = +2, y = 0, y = 1, z = 0, z = 2$

**Задание 2.** Изменить порядок интегрирования  $\int_0^1 dx \int_0^{2x} f(x, y) dy + \int_1^3 dx \int_0^{3-x} f(x, y) dy$ .

1.1.3. Пример варианта контрольной работы

Проверяемые индикаторы достижения компетенций: УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1, ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.

Вариант 0

**Задание 1.** Определите вид функции, укажите рациональный метод дифференцирования и найдите производные заданных функций:

$$1) y = \ln \frac{(x-4)^3}{x} \quad 2) y = x^4 \cdot \ln x^4 \cdot \sin x^4 \quad 3) xy + 4y^2 = 0.$$

**Задание 2.** Доказать, что  $(uv)'' = u''v + 2u'v' + uv''$  и найти  $y''(x)$  для функции  $y(x) = \ln(3x) \cdot \cos 5x$ .

**Задание 3.** Написать уравнение касательной и нормали к циклоиде

$$x = t - \sin t, y = 1 - \cos t \text{ в точке } t_0 = \frac{\pi}{2}.$$

**Задание 4.** Точка движется прямолинейно, причем  $s = \frac{2}{9} \sin \frac{\pi}{2} + s_0$  (см/с). Найти ускорение в конце пятой секунды.

**Задание 5.** Вычислить предел функции с помощью правила Лопитала:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\pi - 2x)^{\cos x}.$$

#### 1.1.4. Примеры ситуационных задач

Проверяемые индикаторы достижения компетенций: УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1, ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.

**Задание 1:** Установить, при каком процентном содержании у кислорода в газовой смеси скорость окисления азота будет максимальной, если уравнение кинетики имеет вид  $v = k(100x^2 - x^3)$ , где  $k$  - постоянная,  $x$  - концентрация окиси азота,  $x + y = 100\%$ .

**Задание 2:** В реакции первого порядка участвуют реагенты с начальными концентрациями 0,1 моль/дм<sup>3</sup> и расходуются на 20 % за 20 минут. Вычислить:

- 1) константу скорости;
- 2) время необходимое для расхода реагентов на 80%;
- 3) время, необходимое для расхода реагентов на 25% при начальных концентрациях по 0,05 моль/дм<sup>3</sup>.

#### 1.1.5. Примеры контрольных вопросов для собеседования

№	Вопросы для текущей аттестации студента	Проверяемые индикаторы достижения компетенций
1	Множества. Операции с множествами. Декартово произведение множеств.	УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1, ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.
2	Мощность множества. Отображения множеств. Множество вещественных чисел.	УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1,

		ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.
3	Функция. Область определения функции. Сложные и обратные функции. График функций.	УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1, ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.
4	Основные элементарные функции, их свойства и графики.	УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1, ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.
5	Предел функции в точке и на бесконечности. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Свойства предела функции.	УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1, ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.
6	Односторонние пределы. Пределы монотонных функций. Замечательные пределы.	УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1, ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.
7	Непрерывность функции в точке. Непрерывность элементарных функций. Точки разрыва, их классификация.	УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1, ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.
8	Понятие функции, дифференцируемой в точке. Производная функции, ее смысл в различных задачах.	УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1, ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.
9	Правила нахождения производной.	УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1, ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.
10	Производная сложной и обратной функций. Дифференцирование функций, заданных параметрически.	УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1, ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.
11	Дифференциал функции. Правила нахождения дифференциала. Инвариантность формы дифференциала.	УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1, ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.

12	Применение дифференциала в приближённых вычислениях.	УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1, ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.
13	Правило Лопиталя.	УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1, ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.
14	Производные и дифференциалы высших порядков. Физический смысл производной второго порядка.	УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1, ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.
15	Условия монотонности функции. Экстремум функции, необходимое условие. Достаточные условия экстремума.	УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1, ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.
16	Исследование выпуклости функции. Точки перегиба. Асимптоты функций.	УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1, ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.
17	Общая схема исследования функции и построения ее графика.	УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1, ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.
18	Первообразная. Неопределенный интеграл. Геометрическая интерпретация неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла.	УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1, ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.
19	Непосредственное интегрирование, замена переменной и интегрирование по частям в неопределенном интеграле.	УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1, ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.
20	Интегрирование рациональных дробей.	УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1, ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.
21	Интегрирование иррациональных и тригонометрических функций.	УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1,

		ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.
22	Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определенный интеграл, его свойства. Формула Ньютона-Лейбница, ее применение для вычисления определенных интегралов.	УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1, ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.
23	Геометрические приложения определенного интеграла. Механические приложения определенного интеграла.	УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1, ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.
24	Несобственные интегралы с бесконечными пределами и от неограниченных функций, их основные свойства.	УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1, ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.
25	Функции нескольких переменных. Предел и непрерывность функции.	УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1, ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.
26	Функции, непрерывные на компактах. Промежуточные значения непрерывных функций на линейно связных множествах.	УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1, ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.
27	Частные производные.	УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1, ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.
28	Полный дифференциал, его связь с частными производными.	УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1, ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.
29	Геометрический смысл полного дифференциала.	УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1, ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.
30	Производная по направлению. Градиент.	УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1, ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.

31	Частные производные и дифференциалы высших порядков.	УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1, ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.
32	Формула Тейлора.	УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1, ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.
33	Неявные функции. Теоремы существования. Дифференцирование неявных функций.	УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1, ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.
34	Экстремумы функций нескольких переменных. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума.	УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1, ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.
35	Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.	УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1, ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.
36	Двойной и тройной интегралы, их свойства. Сведение кратного интеграла к повторному.	УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1, ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.
37	Замена переменных в кратных интегралах. Полярные, цилиндрические и сферические координаты.	УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1, ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.
38	Геометрические и механические приложения кратных интегралов.	УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1, ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.
39	Криволинейные интегралы. Их свойства и вычисление.	УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1, ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.
40	Поверхностные интегралы. Их свойства и вычисление.	УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1,

		ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.
41	Приложения криволинейных интегралов.	УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1, ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.
42	Приложения поверхностных интегралов.	УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1, ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.
43	Скалярное поле. Линии уровня. Поверхности уровня.	УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1, ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.
44	Производная скалярного поля в заданном направлении. Градиент. Свойства градиента.	УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1, ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.
45	Векторное поле: определение, примеры, частные случаи. Векторные линии.	УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1, ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.
46	Циркуляция векторного поля вдоль кривой. Работа силового поля.	УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1, ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.
47	Поток поля через поверхность. Формула Гаусса-Остроградского.	УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1, ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.
48	Дивергенция векторного поля, ее физический смысл. Формула Стокса. Ротор векторного поля.	УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1, ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.
49	Потенциальное поле, его свойства. Условие потенциальности. Нахождение потенциала.	УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1, ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.

50	Сolenоидальное поле, его свойства и строение. Поле ротора. Векторный потенциал.	УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1, ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.
51	Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости. Действия с рядами. Свойства сходящихся числовых рядов.	УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1, ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.
52	Ряды с неотрицательными членами. Признаки сходимости положительных числовых рядов.	УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1, ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.
53	Знакопеременные ряды. Признак Лейбница. Абсолютная и условная сходимости ряда. Свойства абсолютно сходящихся рядов.	УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1, ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.
54	Функциональные ряды. Область сходимости. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся рядов: почленное дифференцирование и интегрирование.	УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1, ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.
55	Степенные ряды. Теорема Абеля. Область сходимости.	УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1, ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.
56	Ряды Тейлора и Маклорена.	УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1, ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.
57	Тригонометрические ряды Фурье.	УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1, ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.
58	Комплексные числа. Геометрическая интерпретация комплексного числа.	УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1, ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.
59	Алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы записи комплексного числа.	УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1,

	Арифметические операции с комплексными числами.	ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.
60	Функции комплексного переменного: основные понятия. Предел и непрерывность функции комплексного переменного	УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1, ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.
61	Элементарные функции комплексного переменного.	УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1, ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.
62	Дифференцирование функций комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Гармонические функции.	УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1, ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.

1.2. Промежуточная аттестация проводится в форме экзамена.

Промежуточная аттестация включает следующие типы заданий: оценка освоения практических навыков (умений) в письменной форме.

1.2.1. Примеры заданий по оценке освоения практических навыков

Проверяемые индикаторы достижения компетенций: УК-1.1.1, УК-1.2.1, УК-1.3.1, УК-2.1.1, УК-2.2.1, УК-2.3.1, ОПК-1.1.1, ОПК-1.2.1, ОПК-1.2.2, ОПК-1.3.1, ОПК-1.3.2, ОПК-1.3.3.

Пример билета на экзамен

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Волгоградский государственный медицинский университет»

Министерства здравоохранения Российской Федерации

Кафедра: физики, математики и информатики

Дисциплина: Математический анализ

Бакалавриат по направлению подготовки 12.03.04 Биотехнические системы и технологии

Учебный год: 2024-2025

В каждом ЗАДАНИИ вам предлагается несколько ЗАДАЧ различной трудности **на выбор**.

**ИЗ КАЖДОГО ЗАДАНИЯ ВЫ ДОЛЖНЫ РЕШИТЬ ПО ОДНОЙ ЗАДАЧЕ, ТО ЕСТЬ ВСЕГО 6 (ШЕСТЬ) ЗАДАЧ.**

**✓ ОЦЕНКА**

Количество набранных вами баллов	Оценка
91-100	«отлично»
76-90	«хорошо»
61-75	«удовлетворительно»
менее 61	«неудовлетворительно»

**ВНИМАНИЕ! Если в работе отсутствует полностью какой-либо раздел, то из общего количества набранных Вами баллов отнимается 10 баллов**

**Требования к выполнению работы:**

- 1) Указать номер ЗАДАНИЯ, ЕГО РАЗДЕЛ и номер решаемой задачи;
- 2) Перед решением каждой задачи необходимо полностью выписывать ее условие;
- 3) Выполнение КАЖДОГО ЗАДАНИЯ необходимо излагать подробно и аккуратно, сопровождая его следующими пояснениями:
  - указывать метод решения и пояснить все действия по ходу решения задачи;
  - приводить основные формулы и обосновывать их выбор;
  - выполнять необходимые рисунки и схемы;
  - анализировать полученные результаты и делать выводы.
- 4) Нельзя делать исправления поверх выполненных записей.

*Только в этом случае за выполненное решение задания ставится максимальное количество баллов!*

**Экзаменационный билет № 0**

**Задание 1. РАЗДЕЛ «Практические приложения определенного интеграла»**

**Задача 1.** Вычислить площадь фигуры, ограниченной осью ординат, кривой  $y = 2x^2$  и касательной к этой кривой, абсцисса точки касания равна 2. Сделать рисунок.

**14 баллов**

**Задача 2.** Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси  $Ox$  кривой  $L: x - y^2 = 0, x = 1, y = 0$ . Сделать рисунок.

**11 баллов**

**Задача 3.** Найти длину дуги линии  $x = a \cos^5 t, y = a \sin^5 t$ .

**13 баллов**

**Задача 4.** Вычислить площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси  $Ox$  дуги кривой  $y^2 = 4 + x$ , отсеченной прямой  $x = 2$ . Сделать рисунок.

**13 баллов**

**Задача 5.** Найти изменение энтропии при изохорическом расширении 8 г кислорода, если температура газа изменилась от  $T_1 = 320$  до  $T_2 = 400\text{K}$ . Подсказка:  
 $dS = \frac{dQ}{T}, dQ = \frac{m}{M} c_V dT, c_V = \frac{i}{2} R$ .

**15 баллов**

**Задание 2. РАЗДЕЛ «Дифференцирование функции многих переменных: техника нахождения частных производных и применение частных производных к решению задач»**

**Задача 1.** Данна функция  $z = \ln(e^x + e^y)$ . Показать, что

$$\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} = 1 \quad \text{и что} \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} - \left( \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \right)^2 = 0$$

**13 баллов**

**Задача 2.** Найти приближенное значение  $\sqrt[3]{1,02^2 + 0,05^2}$ .

**15 баллов**

**Задача 3.** Исследовать на экстремум функцию  $z = 3xy - x^2 - 4y^2 + 4x - 6y - 1$ .

**15 баллов**

**Задача 4.** В усечном конусе радиусы оснований равны  $R = 20$  см,  $r = 10$  см, высота  $H = 40$  см. Как изменится объем конуса, если увеличить  $R$  на 3 мм, уменьшить  $r$  на 4 мм, и  $H$  увеличить на 2 мм?

**16 баллов**

**Задание 3. РАЗДЕЛ «Кратные интегралы: вычисление и решение задач»**

В каждой задаче необходимо определить вид функции и указать рациональный метод дифференцирования

**Задача 1.**

$$\iiint_V (x + y + z) dx dy dz$$

Вычислить тройной интеграл по области  $V$ , ограниченной плоскостями  $x = 0, x = 1, y = 0, y = 1, z = 0, z = 1$ . Сделать рисунок области интегрирования.

**15 баллов**

**Задача 2.** Вычислить площадь плоской области  $D$ , ограниченной кривой  $(y^2 + z^2)^2 = 2ay^3$ . Ввести полярные координаты.

**13 баллов**

**Задача 3.** Вычислить момент инерции однородного шара ( $\rho = 1$ ) радиуса  $r = 1$  относительно его центра. Сделать рисунок.

**17 баллов**

**Задание 4. РАЗДЕЛ «Криволинейные интегралы»**

**Задача 1.** Установить независимость от пути интегрирования и вычислить криволинейный интеграл по контуру, связывающему точки  $M(1;2)$  и  $N(3;5)$ :

$$\int (3 + xy) dx + \left(\frac{1}{2}x^2 + 2y\right) dy.$$

**13 баллов**

**Задача 2** Даны криволинейный интеграл  $\int (2x - 3y) dx - (3x - 4y) dy$  и точки на плоскости  $xOy: O(0;0), A(4;0), B(0;8), C(4;8)$ . Вычислить данный интеграл от точки  $O$  до точки  $C$  по трем различным путям:

- 1) по ломаной  $OAC$ ;
- 2) по ломаной  $OBC$ ;

3) по дуге параболы  $y = \frac{1}{2}x^2$ .

Полученные результаты сравнить и объяснить их совпадение.

**15 баллов**

**Задача 3** С помощью формулы Грина, вычислить криволинейный интеграл  $\oint_C (x+y)^2 dx - (x^2 + y^2) dy$ , где  $C$  – пробегаемый в положительном направлении контур треугольника  $ABC$  с вершинами  $A(1,1), B(3,2), C(2,5)$ .

**17 баллов**

### Задание 5. РАЗДЕЛ «Скалярные и векторные поля»

**Задача 1.** **Задача 1.** Дано скалярное поле

$$u(x, y) = x^2 + y^2 - 2x - 4y$$

$$\text{т. } A \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{5}{2}\right), \text{ т. } B \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}; 0\right),$$

Требуется:

- 1) вычислить с помощью градиента производную скалярного поля  $u = u(x, y)$  в точке  $A$  по направлению вектора  $AB$
- 2) найти наибольшую скорость изменения скалярного поля в точке  $A$

**15 баллов**

**Задача 2,3** Даны векторное поле  $\vec{F} = (y - x)\vec{i} + (3y - z)\vec{k}$  и плоскость  $p: 2x + y + z - 4 = 0$ , которая совместно с координатными плоскостями образует пирамиду  $V$ . Пусть  $\sigma$  – основание пирамиды, принадлежащее плоскости  $p$ ;  $\lambda$  – контур, ограничивающий  $\sigma$ ;  $n$  – нормаль к  $\sigma$ , направленная вне пирамиды  $V$ . Сделать чертеж.

Требуется вычислить:

**Задача 2.** циркуляцию векторного поля  $F$ , применив теорему Стокса к контуру  $\lambda$  и ограниченной им поверхности  $\sigma$  с нормалью  $n$ .

**20 баллов**

**Задача 3** поток векторного поля  $F$  через полную поверхность пирамиды в направлении внешней нормали к ее поверхности, применив теорему

Остроградского.

**20 баллов**

**15 балл**

**Задание 6. РАЗДЕЛ «Функциональные ряды»**

**Задача 1.** Найти радиус и интервал сходимости степенного

ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ , если  $a_n = \frac{3^n}{\sqrt{2^n(3n-1)}}$

**18 баллов**

**Задача 2** Разложить данную функцию  $f(x) = |x^3|$  в ряд Фурье в интервале  $(-1;1)$

**20 баллов**

**Задача 3**

$$\int_0^{0.5} \frac{dx}{1+x^4}$$

Вычислить определенный интеграл точностью до 0,001, разложив подынтегральную функцию в степенной ряд и затем проинтегрировав ее почленно.

**25 баллов**

М.П.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

С.А. Шемякина

В полном объеме фонд оценочных средств по дисциплине/практике доступен в ЭИОС ВолгГМУ по ссылкам:

<https://elearning.volgmed.ru/course/view.php?id=6852>  
<https://elearning.volgmed.ru/course/view.php?id=6857>

Рассмотрено на заседании кафедры физики, математики и информатики ВолгГМУ «17» июня 2024 г., протокол № 11

Заведующий кафедрой

С.А. Шемякина